

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ГОУ ВПО ВГУ)

Факультет прикладной математики, информатики и механики  
Кафедра математического обеспечения ЭВМ

Мультивейвлеты в задачах снижения гауссовского шума на изображениях

**Магистерская диссертация**

по специальности 010500 « Прикладная математика и информатика  
специализация» 010510 Системное программирование

Допущено к защите в ГАК

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись)

к.ф.-м.н., доц. Махортов С. Д.

Студент \_\_\_\_\_  
(подпись)

Халиль Адиль Ибрагим.

Руководитель \_\_\_\_\_  
(подпись)

к.ф.-м.н., доц. Свиридов Ю. Т.

Воронеж 2010

## Содержание

Введение.....	3
1. Обзор вейвлет- и мультивейвлеты (МВ) преобразования .....	5
1.1 Истоки вейвлет-преобразования.....	7
1.2 Основы вейвлет-преобразования.....	18
1.3 Мультивейвлеты.....	26
2. Постановка задачи.....	28
3. Цель работы.....	29
4. Требования к аппаратному и программному обеспечению.....	29
5. Анализ задачи.....	30
5.1 Разработка алгоритма вейвлет-преобразования.....	30
5.2 Генерация гауссовского шума .....	35
5.3 Моделирование зашумления изображения и алгоритм шумоподавления.....	38
6. Реализация задачи.....	47
6.1 Структура данных.....	47
6.2 Проект программной реализации и взаимодействие модулей .....	53
6.3 Описание используемых процедур.....	54
7. Интерфейс пользователя.....	56
8. Тестирование.....	61
Заключение.....	62
Литература.....	63
Приложения.....	65

## ВВЕДЕНИЕ

Одной из фундаментальных проблем современности является проблема зрительного восприятия. Возникнув очень давно, она является актуальной и в настоящее время, ибо изображение является естественным средством общения человека и машины в любых системах обработки, анализа и контроля.

Обработка изображений является одним из наиболее быстро развивающихся направлений компьютерной науки. Основные задачи, которые возникают перед исследователями в этой области, это повышение качества изображений или вычисление некоторых семантических характеристик. Проблема шумоподавления является одной из самых актуальных и распространенных проблем в области обработки изображений. Самыми распространенными видами шумов являются Гауссов шумы.

Трансформация (преобразование) - процесс, который переводит один объект из некоторой области в другую для того, чтобы получить возможность извлечения важной неявной информации, которая может быть использована для понимания явления. Так, фурье-преобразование преобразует сигналы из временной области в частотную область. Одной из форм преобразования Фурье является вейвлет-преобразование (ВП). Это преобразование наиболее эффективно при исследовании изображений, звука, так как обеспечивает частотно-временное представление [8].

Вейвлет-преобразование привлекает большое внимание исследователей в различных областях. И дискретное, и непрерывное вейвлет-преобразования дают огромные перспективы в таких областях, как сжатие изображения, обработка шумов изображений, обработка сигналов, компьютерной графики и распознавания образов.

Мультивейвлеты (МВ) стали предметом особого внимания, так как в 1994 году, было показано, что симметрия и ортогональность одновременно могут быть достигнуты в МВ, что невозможно в случае традиционного скалярного вейвлета [11].

С недавних пор, МВ преобразованшие привлекает большой интерес к изображению шумоподавления.

Цель шумоподавления заключается в удалении шума, в результате чего ущерб изображению минимизируется. Поскольку в большинстве случаев потребителем является человек, критерием верности шумоподавления будет визуальное восприятие человека, что, конечно же, не умаляет и значения известных математических критериев [12] .

## 1. ОБЗОР ВЕЙВЛЕТ- И МУЛЬТИВЕЙВЛЕТ (МВ) ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Вейвлетное преобразование сигналов является обобщением спектрального анализа, типичный представитель которого – классическое преобразование Фурье. Термин "вейвлет" (wavelet) в переводе с английского означает "маленькая волна". Вейвлеты - это обобщенное название семейств математических функций определенной формы, которые локальны во времени и по частоте, и в которых все функции получаются из одной базовой (порождающей) посредством ее сдвигов и растяжений по оси времени.

Вейвлет-преобразования рассматривают анализируемые временные функции в терминах колебаний, локализованных по времени и частоте. Как правило, вейвлет-преобразования (ВП) подразделяют на дискретное (ДВП) и непрерывное (НВП).

ДВП используется для преобразований и кодирования сигналов, НВП - для анализа сигналов. Вейвлет-преобразования в настоящее время принимаются на вооружение для огромного числа разнообразных применений, нередко заменяя обычное преобразование Фурье. Это наблюдается во многих областях, включая молекулярную динамику, квантовую механику, астрофизику, геофизику, оптику, компьютерную графику и обработку изображений, анализ ДНК, исследования белков, исследования климата, общую обработку сигналов и распознавание речи.

Вейвлетный анализ представляет собой особый тип линейного преобразования сигналов и физических данных. Базис собственных функций, по которому проводится вейвлетное разложение сигналов, обладает многими специфическими свойствами и возможностями. Вейвлетные функции базиса позволяют сконцентрировать внимание на тех или иных локальных особенностях анализируемых процессов, которые не могут быть выявлены с помощью традиционных преобразований Фурье и Лапласа. К таким процессам в геофизике относятся поля различных физических параметров природных сред. В первую очередь это касается полей температуры, давления, профилей сейсмических трасс и других физических величин.

Вейвлеты имеют вид коротких волновых пакетов с нулевым средним значением, локализованных по оси аргументов (независимых переменных), инвариантных к сдвигу и линейных к операции масштабирования (сжатия/растяжения). По локализации во временном и частотном представлении вейвлеты занимают промежуточное положение между гармоническими функциями, локализованными по частоте, и функцией Дирака, локализованной во времени.

Теория вейвлетов не является фундаментальной физической теорией, но она дает удобный и эффективный инструмент для решения многих практических задач. Основная область применения вейвлетных преобразований – анализ и обработка сигналов и функций, нестационарных во времени или неоднородных в пространстве, когда результаты анализа должны содержать не только частотную характеристику сигнала (распределение энергии сигнала по частотным составляющим), но и сведения о локальных координатах, на которых проявляют себя те или иные группы частотных составляющих или на которых происходят быстрые изменения частотных составляющих сигнала. По сравнению с разложением сигналов на ряды Фурье вейвлеты способны с гораздо более высокой точностью представлять локальные особенности сигналов, вплоть до разрывов 1-го рода (скачков). В отличие от преобразований Фурье, вейвлет-преобразование одномерных сигналов обеспечивает двумерную развертку, при этом частота и координата рассматриваются как независимые переменные, что дает возможность анализа сигналов сразу в двух пространствах.

Одна из главных и особенно плодотворных идей вейвлетного представления сигналов на различных уровнях декомпозиции (разложения) заключается в разделении функций приближения к сигналу на две группы: аппроксимирующую - грубую, с достаточно медленной временной динамикой изменений, и детализирующую - с локальной и быстрой динамикой изменений на фоне плавной динамики, с последующим их дроблением и детализацией на других уровнях декомпозиции сигналов. Это

возможно как во временной, так и в частотной областях представления сигналов вейвлетами.

### 1.1. Истоки вейвлет - преобразования [1, 2, 3,]

История спектрального анализа восходит к И. Бернулли, Эйлеру и Фурье, который впервые построил теорию разложения функций в тригонометрические ряды. Однако это разложение долгое время применялось как математический прием и не связывалось с какими-либо физическими понятиями. Спектральные представления применялись и развивались сравнительно узким кругом физиков–теоретиков. Однако, начиная с 20-х годов прошлого века, в связи с бурным развитием радиотехники и акустики, спектральные разложения приобрели физический смысл и практическое применение. Основным средством анализа реальных физических процессов стал гармонический анализ, а математической основой анализа - преобразование Фурье. Преобразование Фурье разлагает произвольный процесс на элементарные гармонические колебания с различными частотами, а все необходимые свойства и формулы выражаются с помощью одной базисной функции  $\exp(j\omega t)$  или двух действительных функций  $\sin(\omega t)$  и  $\cos(\omega t)$ . Гармонические колебания имеют широкое распространение в природе, и поэтому смысл преобразования Фурье интуитивно понятен независимо от математической аналитики.

Преобразование Фурье обладает рядом замечательных свойств. Областью определения преобразования является пространство  $L^2$  интегрируемых с квадратом функций, и многие физические процессы в природе можно считать функциями, принадлежащими этому пространству. Для применения преобразования разработаны эффективные вычислительные процедуры типа быстрого преобразования Фурье (БПФ). Эти процедуры входят в состав всех пакетов прикладных математических программ и реализованы аппаратно в процессорах обработки сигналов.

Было также установлено, что функции можно разложить не только по синусам и косинусам, но и по другим ортогональным базисным системам, например, полиномам Лежандра и Чебышева, функциям Лагерра и Эрмита. Однако практическое применение они получили только в последние десятилетия XX века благодаря развитию вычислительной техники и методов синтеза цифровых линейных систем обработки данных. Непосредственно для целей спектрального анализа подобные ортогональные функции не нашли широкого применения из-за трудностей интерпретации получаемых результатов. По тем же причинам не получили развития в спектральном анализе функции типа "прямоугольной волны" Уолша, Радемахера, и пр.

Теоретические исследования базисных систем привели к созданию теории обобщенного спектрального анализа, которая позволила оценить пределы практического применения спектрального анализа Фурье, создала методы и критерии синтеза ортогональных базисных систем. Иллюстрацией этому является активно развивающаяся с начала 80-х годов прошлого столетия теория базисных функций типа вейвлет. Благодаря прозрачности физической интерпретации результатов анализа, сходной с "частотным" подходом в преобразовании Фурье, ортогональный базис вейвлетов стал популярным и эффективным средством анализа сигналов и изображений в акустике, сейсмике, медицине и других областях науки и техники.

Вейвлет-анализ является разновидностью спектрального анализа, в котором роль простых колебаний играют функции особого рода, называемые вейвлетами. Базисная функция вейвлет – это некоторое "короткое" колебание, но не только. Понятие частоты спектрального анализа здесь заменено масштабом, и, чтобы перекрыть "короткими волнами" всю временную ось, введен сдвиг функций во времени. Базис вейвлетов – это функции типа  $\psi((t-b)/a)$ , где  $b$  - сдвиг,  $a$  – масштаб. Функция  $\psi(t)$  должна иметь нулевую площадь и, еще лучше, равными нулю первый, второй и прочие моменты. Фурье-преобразование таких функций равно нулю при  $\omega = 0$  и имеет вид полосового фильтра. При различных значениях

масштабного параметра 'a' это будет набор полосовых фильтров. Семейства вейвлетов во временной или частотной области используются для представления сигналов и функций в виде суперпозиций вейвлетов на разных масштабных уровнях декомпозиции (разложения) сигналов.

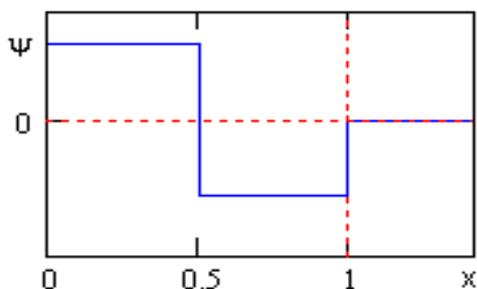


Рис. 1.1.1.

Первое упоминание о подобных функциях (которые вейвлетами не назывались) появилось в работах Хаара (Haar) еще в начале прошлого века. Вейвлет Хаара - это короткое прямоугольное колебание на интервале  $[0,1]$ , показанное на рис. 1.1.1. Однако он интересен больше теоретически, так как не является непрерывно дифференцируемой функцией и имеет длинные "хвосты" в частотной области. В 30-е годы физик Paul Levy, исследуя броуновское движение, обнаружил, что базис Хаара лучше, чем базис Фурье, подходит для изучения деталей броуновского движения.

Сам термин "вейвлет", как понятие, ввели в своей статье J. Morlet и A. Grossman, опубликованной в 1984 г. Они занимались исследованиями сейсмических сигналов с помощью базиса, который и назвали вейвлетом. Весомый вклад в теорию вейвлетов внесли Гуппилауд, Гроссман и Морлет, сформулировавшие основы НВП, Ингрид Добеши, разработавшая ортогональные вейвлеты (1988), Натали Делпрат, создавшая время-частотную интерпретацию НВП (1991), и многие другие. Математическая формализация в работах Mallat и Meyer привела к созданию теоретических основ вейвлет-анализа, названного мультиразрешающим (кратномасштабным) анализом.

**Преобразование Фурье (ПФ).** В основе спектрального анализа сигналов лежит интегральное преобразование и ряды Фурье. Напомним некоторые математические определения.

В пространстве функций, заданных на конечном интервале  $(0, T)$ , норма, как числовая характеристика произвольной функции  $s(t)$ , вычисляется как корень квадратный из скалярного произведения функции. Для комплексных функций, квадрат нормы (энергия сигнала) соответствует выражению:

$$\|s(t)\|^2 = \langle s(t), s(t) \rangle = \int_0^T s(t) s^*(t) dt, \quad (1.1.1)$$

где  $s^*(t)$  – функция, комплексно сопряженная с  $s(t)$ .

Если норма функции имеет конечное значение (интеграл сходится), то говорят, что функция принадлежит пространству функций  $L^2[R]$ ,  $R=[0, T]$ , интегрируемых с квадратом (пространство Гильберта), и имеет конечную энергию. В пространстве Гильберта на основе совокупности ортогональных функций с нулевым скалярным произведением

$$\langle v(t), w(t) \rangle = \int_0^T v(t) w^*(t) dt = 0$$

может быть создана система ортонормированных "осей" (базис пространства), при этом любой сигнал, принадлежащий этому пространству, может быть представлен в виде весовой суммы проекций сигнала на эти "оси" – базисных векторов. Значения проекций определяются скалярными произведениями сигнала с соответствующими функциями базисных "осей".

Базис пространства может быть образован любой ортогональной системой функций. Наибольшее применение в спектральном анализе получила система комплексных экспоненциальных функций. Проекция сигнала на данный базис определяются выражением:

$$S_n = (1/T) \int_0^T s(t) \exp(-jn\Delta\omega t) dt, \quad n \in (-\infty, \infty), \quad (1.1.2)$$

где  $\Delta\omega = 2\pi/T$  – частотный аргумент векторов. При известных выражениях базисных функций сигнал  $s(t)$  однозначно определяется совокупностью коэффициентов  $S_n$  и может быть абсолютно точно восстановлен (реконструирован) по этим коэффициентам:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_n \exp(jn\Delta\omega t). \quad (1.1.3)$$

Уравнения (1.1.2) и (1.1.3) называют прямым и обратным

преобразованием Фурье сигнала  $s(t)$ . Любая функция гильбертова пространства может быть представлена в виде комплексного ряда Фурье (1.1.3), который называют спектром сигнала или его Фурье-образом.

Ряд Фурье ограничивается определенным количеством членов  $N$ , что означает аппроксимацию с определенной погрешностью бесконечномерного сигнала  $N$  – мерной системой базисных функций спектра сигнала. Ряд Фурье равномерно сходится к  $s(t)$ :

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \|s(t) - \sum_{n=-N}^N S_n \exp(jn\Delta\omega t)\| = 0. \quad (1.1.4)$$

Таким образом, ряд Фурье - это разложение сигнала  $s(t)$  по базису пространства  $L^2(0,T)$  ортонормированных гармонических функций  $\exp(jn\Delta\omega t)$  с изменением частоты, кратным частоте первой гармоники  $\omega_1 = \Delta\omega$ . Отсюда следует, что ортонормированный базис пространства  $L^2(0,T)$  построен из одной функции  $\exp(j\Delta\omega t) = \cos(\Delta\omega t) + j\sin(\Delta\omega t)$  с помощью масштабного преобразования независимой переменной.

Для коэффициентов ряда Фурье справедливо равенство Парсеваля сохранения энергии сигнала в различных представлениях:

$$(1/T) \int_0^T |s(t)|^2 dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |S_n|^2. \quad (1.1.5)$$

Разложение в ряд Фурье произвольной функции  $y(t)$  корректно, если функция  $y(t)$  принадлежит этому же пространству  $L^2(0,T)$ , т.е. квадратично интегрируема с конечной энергией:

$$\int_0^T |y(t)|^2 dt < \infty, \quad t \in (0,T), \quad (1.1.6)$$

при этом она может быть периодически расширена и определена на всей временной оси пространства  $R(-\infty, \infty)$  так, что

$$y(t) = y(t-T), \quad t \in R,$$

при условии сохранения конечности энергии в пространстве  $R(-\infty, \infty)$ .

С позиций анализа произвольных сигналов и функций в частотной области и точного восстановления после преобразований можно отметить

ряд недостатков разложения сигналов в ряды Фурье, которые привели к появлению оконного преобразования Фурье и стимулировали развитие вейвлетного преобразования. Основные из них:

- Ограниченная информативность анализа нестационарных сигналов и практически полное отсутствие возможностей анализа их особенностей (сингулярностей), т.к. в частотной области происходит «размазывание» особенностей сигналов (разрывов, ступенек, пиков и т.п.) по всему частотному диапазону спектра.

- Гармонические базисные функции разложения не способны отображать перепады сигналов с бесконечной крутизной типа прямоугольных импульсов, т.к. для этого требуется бесконечно большое число членов ряда. При ограничении числа членов ряда Фурье в окрестностях скачков и разрывов при восстановлении сигнала возникают осцилляции (явление Гиббса).

- Преобразование Фурье отображает глобальные сведения о частотах исследуемого сигнала и не дает представления о локальных свойствах сигнала при быстрых временных изменениях его спектрального состава. Так, например, преобразование Фурье не различает стационарный сигнал с суммой двух синусоид от нестационарного сигнала с двумя последовательно следующими синусоидами с теми же частотами, т.к. спектральные коэффициенты (1.1.2) вычисляются интегрированием по всему интервалу задания сигнала. Преобразование Фурье не имеет возможности анализировать частотные характеристики сигнала в произвольные моменты времени.

**Принцип вейвлет-преобразования.** Гармонические базисные функции преобразования Фурье предельно локализованы в частотной области (до импульсных функций Дирака при  $T \rightarrow \infty$ ) и не локализованы во временной (определены во всем временном интервале от  $-\infty$  до  $\infty$ ). Их противоположностью являются импульсные базисные функции типа

импульсов Кронекера, которые предельно локализованы во временной области и "размыты" по всему частотному диапазону. Вейвлеты по локализации в этих двух представлениях можно рассматривать как функции, занимающие промежуточное положение между гармоническими и импульсными функциями. Они должны быть локализованными как во временной, так и в частотной области представления. Однако при проектировании таких функций мы неминуемо столкнемся с принципом неопределенности, связывающим эффективные значения длительности функций и ширины их спектра. Чем точнее мы будем осуществлять локализацию временного положения функции, тем шире будет становиться ее спектр, и наоборот, что наглядно видно на рис. 1.1.5.

Отличительной особенностью вейвлет-анализа является то, что в нем можно использовать семейства функций, реализующих различные варианты соотношения неопределенности. Соответственно, исследователь имеет возможность гибкого выбора между ними и применения тех вейвлетных функций, которые наиболее эффективно решают поставленные задачи.

Вейвлетный базис пространства  $L^2(\mathbb{R})$ ,  $\mathbb{R}(-\infty, \infty)$ , целесообразно конструировать из финитных функций, принадлежащих этому же пространству, которые должны стремиться к нулю на бесконечности. Чем быстрее эти функции стремятся к нулю, тем удобнее использовать их в качестве базиса преобразования при анализе реальных сигналов. Допустим, что такой функцией является  $\psi_i$  - функция  $\psi(t)$ , равная нулю за пределами некоторого конечного интервала и имеющая нулевое среднее значение по интервалу задания. Последнее необходимо для задания локализации спектра вейвлета в частотной области. На основе этой функции сконструируем базис в пространстве  $L^2(\mathbb{R})$  с помощью масштабных преобразований независимой переменной.

Функция изменения частотной независимой переменной в спектральном представлении сигналов отображается во временном представлении растяжением/сжатием сигнала. Для вейвлетного базиса это можно выполнить

функцией типа  $\psi(t) \Rightarrow \psi(a^m t)$ ,  $a = \text{const}$ ,  $m = 0, 1, \dots, M$ , т.е. путем линейной операции растяжения/сжатия, обеспечивающей самоподобие функции на разных масштабах представления. Однако локальность функции  $\psi(t)$  на временной оси требует дополнительной независимой переменной последовательных сдвигов функции  $\psi(t)$  вдоль оси, типа  $\psi(t) \Rightarrow \psi(t+k)$ , для перекрытия всей числовой оси пространства  $R(-\infty, \infty)$ . С учетом обеих условий одновременно структура базисной функции может быть принята следующей:

$$\psi(t) \Rightarrow \psi(a^m t + k). \quad (1.1.10)$$

Для упрощения дальнейших выкладок значения переменных  $m$  и  $k$  примем целочисленными. При приведении функции (1.1.10) к единичной норме, получаем:

$$\psi_{mk}(t) = a^{m/2} \psi(a^m t + k). \quad (1.1.11)$$

Если для семейства функций  $\psi_{mk}(t)$  выполняется условие ортогональности:

$$\langle \psi_{nk}(t), \psi_{lm}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{nk}(t) \cdot \psi_{lm}^*(t) dt = \delta_{nl} \cdot \delta_{km}, \quad (1.1.12)$$

то семейство  $\psi_{mk}(t)$  можно использовать в качестве ортонормированного базиса пространства  $L^2(R)$ . Произвольную функцию этого пространства можно разложить в ряд по базису  $\psi_{mk}(t)$ :

$$s(t) = \sum_{m,k=-\infty}^{\infty} S_{mk} \psi_{mk}(t), \quad (1.1.13)$$

где коэффициенты  $S_{mk}$  – проекции сигнала на новый ортогональный базис функций, как и в преобразовании Фурье, определяются скалярным произведением

$$S_{mk} = \langle s(t), \psi_{mk}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \psi_{mk}(t) dt, \quad (1.1.14)$$

при этом ряд равномерно сходиться:

$$\lim_{M,K \rightarrow \infty} \left\| s(t) - \sum_{m=-M}^M \sum_{k=-K}^K S_{mk} \psi_{mk}(t) \right\| = 0.$$

При выполнении этих условий базисная функция преобразования  $\psi(t)$

называется ортогональным вейвлетом.

Простейшим примером ортогональной системы функций такого типа являются функции Хаара. Базисная функция Хаара определяется соотношением

$$\psi(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < 1/2 \\ -1, & 1/2 < t < 1 \\ 0, & t < 0, t > 1. \end{cases} \quad (1.1.15)$$

Легко проверить, что при  $a = 2$ ,  $m = 0, 1, 2, \dots$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  две любые функции, полученные с помощью этого базисного вейвлета путем масштабных преобразований и переносов, имеют единичную норму и ортогональны. На рис. 1.1.2 приведены примеры функций для первых трех значений  $m$  и  $b$  при различных их комбинациях, где ортогональность функций видна наглядно.

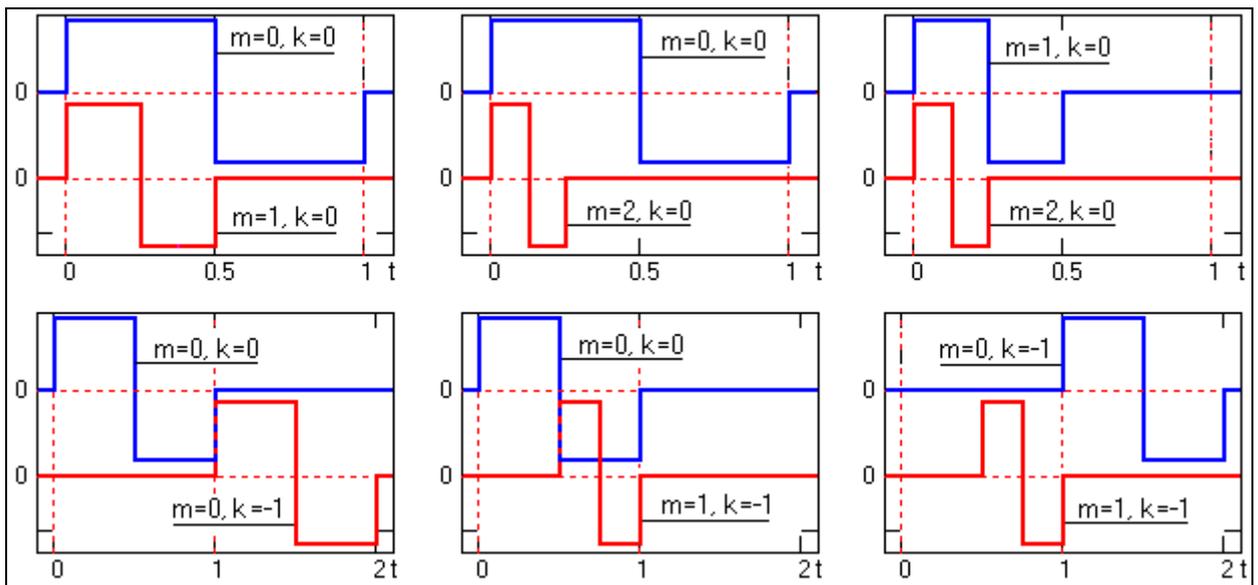


Рис. 1.1.2. Функции Хаара.

**Вейвлетный спектр**, в отличие от преобразования Фурье, является двумерным и определяет двумерную поверхность в пространстве переменных  $m$  и  $k$ . При графическом представлении параметр растяжения/сжатия спектра  $m$  откладывается по оси абсцисс, параметр локализации  $k$  по оси ординат – оси независимой переменной сигнала. Математику процесса вейвлетного разложения сигнала в упрощенной форме

рассмотрим на примере разложения сигнала  $s(t)$  вейвлетом Хаара с тремя последовательными по масштабу  $m$  вейвлетными функциями с параметром  $a=2$ , при этом сам сигнал  $s(t)$  образуем суммированием этих же вейвлетных функций с одинаковой амплитудой с разным сдвигом от нуля, как это показано на рис. 1.1.3.

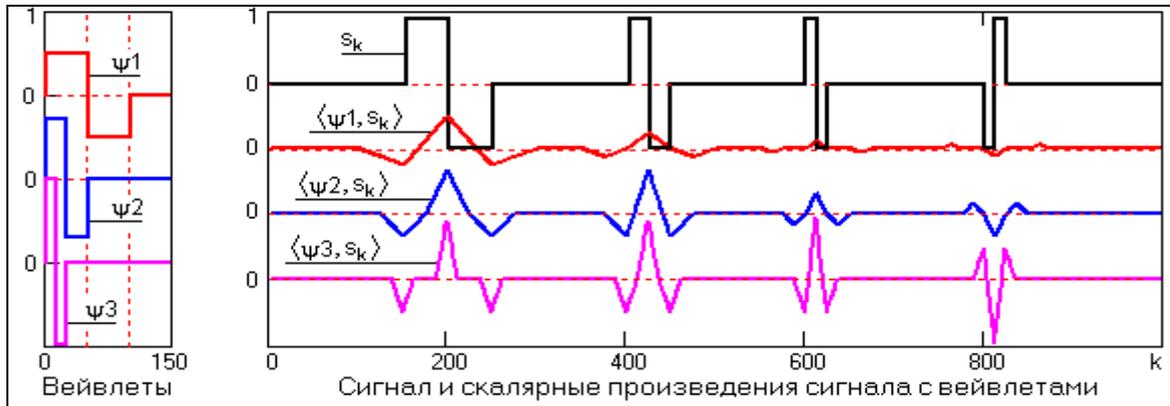


Рис. 1.1.3. Скалярные произведения сигнала с вейвлетами.

Для начального значения масштабного коэффициента сжатия  $m$  определяется функция вейвлета ( $\psi_1(t)$  на рис. 1.1.3), и вычисляется скалярное произведение сигнала с вейвлетом  $\langle \psi_1(t), s(t+k) \rangle$  с аргументом по сдвигу  $k$ . Для наглядности результаты вычисления скалярных произведений на рис. 1.1.3 построены по центрам вейвлетных функций (т.е. по аргументу  $k$  от нуля со сдвигом на половину длины вейвлетной функции). Как и следовало ожидать, максимальные значения скалярного произведения отмечаются там, где локализована эта же вейвлетная функция.

После построения первой масштабной строки разложения, меняется масштаб вейвлетной функции ( $\psi_2$  на рис. 1.1.3) и выполняется вычисление второй масштабной строки спектра, и т.д.

Как видно на рис. 1.1.3, чем точнее локальная особенность сигнала совпадает с соответствующей функцией вейвлета, тем эффективнее выделение этой особенности на соответствующей масштабной строке вейвлетного спектра. Можно видеть, что для сильно сжатого вейвлета Хаара характерной хорошо выделяемой локальной особенностью является скачок сигнала, причем выделяется не только скачок функции, но и направление

скачка.

На рис. 1.1.4 приведен пример графического отображения вейвлетной поверхности реального физического процесса /4/. Вид поверхности определяет изменения во времени спектральных компонент различного масштаба и называется частотно-временным спектром. Поверхность изображается на рисунках, как правило, в виде изолиний или условными цветами. Для расширения диапазона масштабов может применяться логарифмическая шкала.

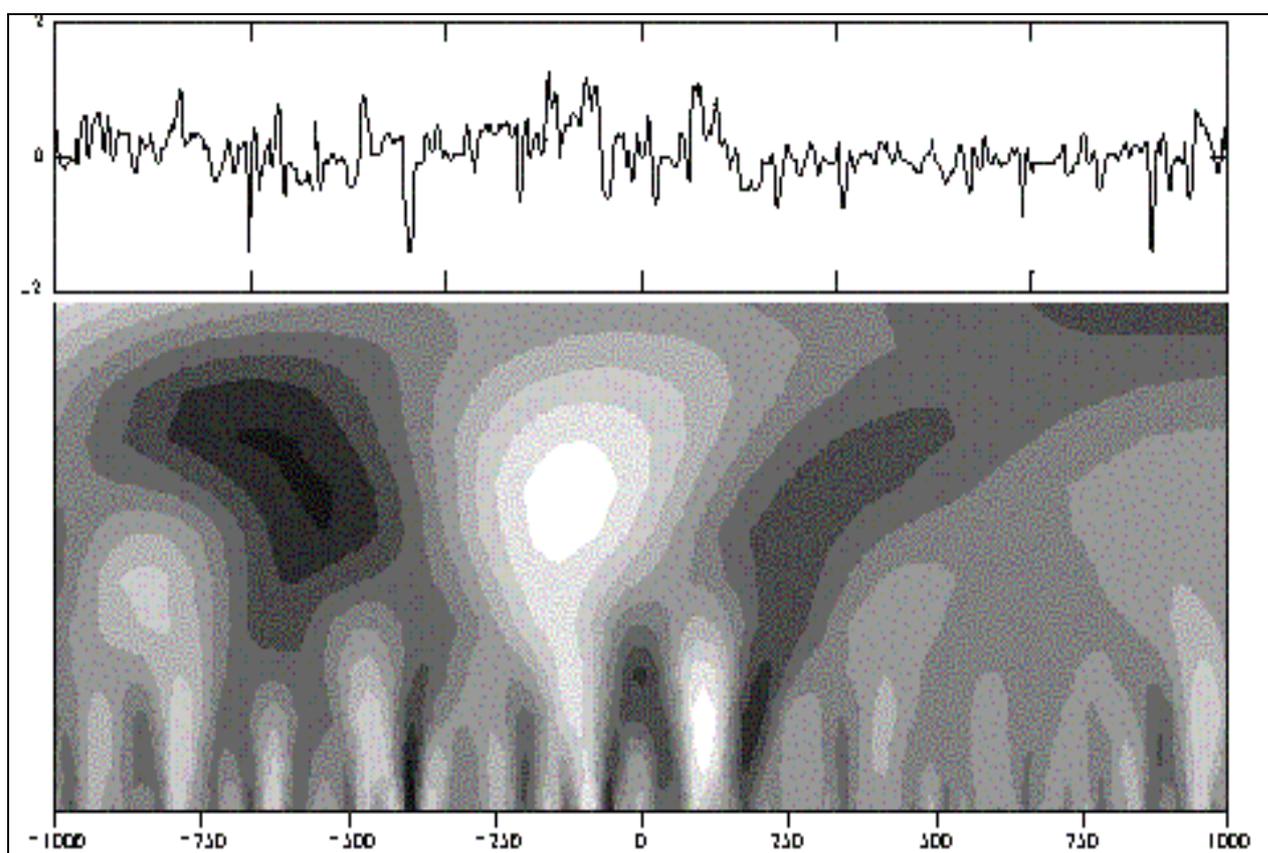


Рис. 1.1.4. Пример вейвлетного преобразования.

## 1.2. Основы вейвлет - преобразования [3, 4, 5].

В основе вейвлет-преобразований, в общем случае, лежит использование двух непрерывных, взаимозависимых и интегрируемых по независимой переменной функций:

- Вейвлет-функции  $\psi(t)$ , как  $\psi$ -функции времени с нулевым значением интеграла и частотным фурье-образом  $\Psi(\omega)$ . Этой функцией, которую обычно и называют вейвлетом, выделяются локальные особенности

сигнала. В качестве вейвлетов обычно выбираются функции, хорошо локализованные и во временной, и в частотной области. Пример временного и частотного образа функции приведен на рис. 1.2.1.

- Масштабирующей функции  $\varphi(t)$ , как временной скейлинг-функции  $\phi$  с единичным значением интеграла, которой выполняется грубое приближение (аппроксимация) сигнала.

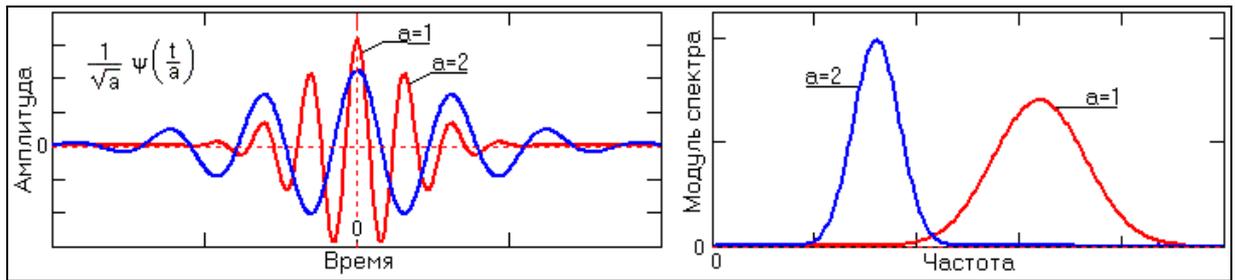


Рис. 1.2.1. Вейвлетные функции в двух масштабах.

$\Phi$ -функции присущи не всем, а, как правило, только ортогональным вейвлетам. Они необходимы для преобразования нецентрированных и достаточно протяженных сигналов при отдельном анализе низкочастотных и высокочастотных составляющих. Роль и использование  $\phi$ -функции рассмотрим несколько позже.

**Непрерывное вейвлет-преобразование** (НВП, CWT- Continuous Wavelet Transform). Допустим, что мы имеем функции  $s(t)$  с конечной энергией в пространстве  $L^2(\mathbb{R})$ , определенные по всей действительной оси  $\mathbb{R}(-\infty, \infty)$ . Для финитных сигналов с конечной энергией средние значения сигналов должны стремиться к нулю на  $\pm\infty$ .

Непрерывным вейвлет-преобразованием (или вейвлетным образом) функции  $s(t) \in L^2(\mathbb{R})$  называют функцию двух переменных:

$$C(a,b) = \langle s(t), \psi(a,b,t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \psi(a,b,t) dt, \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad a \neq 0. \quad (1.2.1)$$

где вейвлеты  $\psi(a,b,t) \equiv \psi_{ab}(t)$  – масштабированные и сдвинутые копии порождающего вейвлета  $\psi(t) \in L^2(\mathbb{R})$ , совокупность которых создает базис пространства  $L^2(\mathbb{R})$ .

Порождающими функциями могут быть самые различные функции с

компактным носителем - ограниченные по времени и местоположению на временной оси, и имеющие спектральный образ, локализованный на частотной оси. Базис пространства  $L^2(\mathbb{R})$  целесообразно конструировать из одной порождающей функции, норма которой должна быть равна 1. Для перекрытия функцией вейвлета всей временной оси пространства используется операция сдвига (смещения по временной оси):  $\psi(b,t) = \psi(t-b)$ , где значение  $b$  для НВП является величиной непрерывной. Для перекрытия всего частотного диапазона пространства  $L^2(\mathbb{R})$  используется операция временного масштабирования вейвлета с непрерывным изменением независимой переменной:  $\psi(a,t) = |a|^{-1/2}\psi(t/a)$ . На рис. 1.2.1. видно, что если временной образ вейвлета будет расширяться (изменением значения параметра 'a'), то его "средняя частота" будет понижаться, а частотный образ (частотная локализация) перемещаться на более низкие частоты. Таким образом, путем сдвига по независимой переменной  $(t-b)$  вейвлет имеет возможность перемещаться по всей числовой оси произвольного сигнала, а путем изменения масштабной переменной 'a' (в фиксированной точке  $(t-b)$  оси) "просматривать" частотный спектр сигнала по определенному интервалу окрестностей этой точки.

С использованием этих операций вейвлетный базис функционального пространства образуется путем масштабных преобразований и сдвигов порождающего вейвлета  $\psi(t)$ :

$$\psi(a,b,t) = |a|^{-1/2}\psi[(t-b)/a], \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad a \neq 0, \quad \psi(t) \in L^2(\mathbb{R}). \quad (1.2.2)$$

Нетрудно убедиться, что нормы вейвлетов  $\psi(a,b,t)$  равны норме  $\psi(t)$ , что обеспечивает нормировочный множитель  $|a|^{-1/2}$ . При нормировке к 1 порождающего вейвлета  $\psi(t)$  все семейство вейвлетов также будет нормированным. Если при этом выполняется требование ортогональности функций, то функции  $\psi(a,b,t)$  образуют ортонормированный базис пространства  $L^2(\mathbb{R})$ .

**Понятие масштаба ВП** имеет аналогию с масштабом географических карт. Большие значения масштаба соответствуют глобальному

представлению сигнала, а низкие значения масштаба позволяют различить детали. В терминах частоты низкие частоты соответствуют глобальной информации о сигнале, а высокие частоты - детальной информации и особенностям, которые имеют малую протяженность, т.е. масштаб вейвлета, как единица шкалы частотно-временного представления сигналов, обратен частоте. Масштабирование, как математическая операция, расширяет или сжимает сигнал. Большие значения масштабов соответствуют расширениям сигнала, а малые значения - сжатым версиям. В определении вейвлета коэффициент масштаба  $a$  стоит в знаменателе. Соответственно,  $a > 1$  расширяет сигнал,  $a < 1$  сжимает его.

**Процедура преобразования** стартует с масштаба  $a=1$  и продолжается при увеличивающихся значениях  $a$ , т.е. анализ начинается с высоких частот и проводится в сторону низких частот. Первое значение ' $a$ ' соответствует наиболее сжатому вейвлету. При увеличении значения ' $a$ ' вейвлет расширяется. Вейвлет помещается в начало сигнала ( $t=0$ ), перемножается с сигналом, интегрируется на интервале своего задания и нормализуется на  $1/\sqrt{a}$ . Результат вычисления  $S(a,b)$  помещается в точку  $(a=1, b=0)$  масштабнo-временного спектра преобразования. Сдвиг  $b$  может рассматриваться как время с момента  $t=0$ , при этом координатная ось  $b$  повторяет временную ось сигнала. Для полного включения в обработку всех точек входного сигнала требуется задание начальных и конечных условий преобразования (определенных значений входного сигнала при  $t < 0$  и  $t > t_{\max}$  на полуширину окна вейвлета). При одностороннем задании вейвлетов результат относится, как правило, к временному положению средней точки окна вейвлета.

Затем вейвлет масштаба  $a=1$  сдвигается вправо на значение  $b$  и процедура повторяется. Получаем значение, соответствующее  $t=b$  в строке  $a=1$  на частотно-временном плане. Процедура повторяется до тех пор, пока вейвлет не достигнет конца сигнала. Таким образом получаем строку точек на масштабнo-временном плане для масштаба  $a=1$ .

Для вычисления следующей масштабной строки значение  $a$  увеличивается на некоторое значение. При НВП в аналитической форме  $\Delta b \rightarrow 0$  и  $\Delta a \rightarrow 0$ . При выполнении преобразования в компьютере выполняется увеличение обоих параметров с определенным шагом. Тем самым осуществляется дискретизация масштабно-временной плоскости.

**Обратное преобразование.** Так как форма базисных функций  $\psi(a,b,t)$  зафиксирована, то вся информация о сигнале в (1.2.1) переносится на значения функции  $C(a,b)$ . Точность обратного интегрального вейвлет-преобразования зависит от выбора базисного вейвлета и способа построения базиса, т.е. от значений базисных параметров  $a, b$ . Строго теоретически вейвлет может считаться базисной функцией  $L^2(\mathbb{R})$  только в случае его ортонормированности. Для практических целей непрерывного преобразования часто бывает вполне достаточно устойчивость и "приблизительность" ортогональности системы разложения функций. Под устойчивостью понимается достаточно точная реконструкция произвольных сигналов. Для ортонормированных вейвлетов обратное вейвлет-преобразование записывается с помощью того же базиса, что и прямое:

$$s(t) = (1/C_\psi) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (1/a^2) C(a,b) \psi(a,b,t) da db. \quad (1.2.3)$$

где  $C_\psi$  - нормализующий коэффициент:

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} (|\Psi(\omega)|^2 / \omega) d\omega < \infty. \quad (1.2.4)$$

Условие конечности  $C_\psi$  ограничивает класс функций, которые можно использовать в качестве вейвлетов. В частности, при  $\omega = 0$ , для обеспечения сходимости интеграла (1.2.4) в нуле, значение  $\Psi(\omega)$  должно быть равно нулю. Это обеспечивает условие компактности фурье-образа вейвлета с локализацией вокруг некоторой частоты  $\omega_0$  – средней частоты вейвлетной функции. Следовательно, функция  $\psi(t)$  должна иметь нулевое среднее значение по области его определения (интеграл функции по аргументу должен быть нулевым):

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0.$$

Таким образом, непрерывное вейвлет-преобразование представляет собой разложение сигнала по всем возможным сдвигам и сжатиям/растяжениям некоторой локализованной финитной функции - вейвлета. При этом переменная 'a' определяет масштаб вейвлета и эквивалентна частоте в преобразованиях Фурье, а переменная 'b' – сдвиг вейвлета по сигналу от начальной точки в области его определения, шкала которого повторяет временную шкалу анализируемого сигнала. Вейвлетный анализ является частотно-пространственным анализом сигналов.

**Дискретное вейвлет-преобразование.** В принципе, при обработке данных на ПК может выполняться дискретизированная версия непрерывного вейвлет-преобразования с заданием дискретных значений параметров (a, b) вейвлетов с произвольным шагом  $\Delta a$  и  $\Delta b$ . В результате получается избыточное количество коэффициентов, намного превосходящее число отсчетов исходного сигнала, которое не требуется для реконструкции сигналов.

Дискретное вейвлет-преобразование (ДВП) обеспечивает достаточно информации, как для анализа сигнала, так и для его синтеза, являясь вместе с тем экономным по числу операций и по требуемой памяти. ДВП оперирует с дискретными значениями параметров  $a$  и  $b$ , которые задаются, как правило, в виде степенных функций:

$$a = a_0^{-m}, \quad b = k \cdot a_0^{-m}, \quad a_0 > 1, \quad m, k \in I,$$

где  $I$  – пространство целых чисел  $\{-\infty, \infty\}$ ,  $m$  – параметр масштаба,  $k$  – параметр сдвига. Базис пространства  $L^2(\mathbb{R})$  в дискретном представлении:

$$\psi_{mk}(t) = |a_0|^{m/2} \psi(a_0^m t - k), \quad m, k \in I, \quad \psi(t) \in L^2(\mathbb{R}). \quad (1.2.6)$$

Вейвлет-коэффициенты прямого преобразования:

$$C_{mk} = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \psi_{mk}(t) dt. \quad (1.2.7)$$

Значение 'a' может быть произвольным, но обычно принимается равным 2, при этом преобразование называется *диадным вейвлет-преобразованием*.

Для диадного преобразования разработан быстрый алгоритм вычислений, аналогичный быстрому преобразованию Фурье, что предопределило его широкое использование при анализе массивов цифровых данных.

Обратное дискретное преобразование для непрерывных сигналов при нормированном ортогональном вейвлетном базисе пространства:

$$s(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_{mk} \Psi_{mk}(t). \quad (1.2.8)$$

**Частотно-временная локализация вейвлет-анализа.** Реальные сигналы, как правило, конечны и принадлежат пространству  $L^2(\mathbb{R})$ . Частотный спектр сигналов обратно пропорционален их длительности. Соответственно, достаточно точный низкочастотный анализ сигнала должен производиться на больших интервалах его задания, а высокочастотный – на малых. Если частотный состав сигнала претерпевает существенные изменения на интервале его задания, то преобразование Фурье дает только усредненные данные частотного состава сигнала с постоянным частотным разрешением. Определенная частотно-временная локализация анализа создается применением оконного преобразования Фурье, что дает семейства частотных спектров, локализованных во времени, но в пределах постоянной ширины окна оконной функции, а, следовательно, также с постоянным значением и частотного, и временного разрешения.

В отличие от оконного преобразования Фурье, вейвлет-преобразование, при аналогичных дискретных значениях сдвигов  $b$ , дает семейства спектров масштабных коэффициентов  $a$  сжатия-растяжения

$$C(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) |a|^{-1/2} \psi_0[(t-b)/a] dt.$$

Если считать, что каждый вейвлет имеет определенную "ширину" своего временного окна, которому соответствует определенная "средняя" частота спектрального образа вейвлета, обратная его масштабному коэффициенту  $a$ , то семейства масштабных коэффициентов вейвлет-преобразования можно считать аналогичными семействам частотных спектров оконного преобразования Фурье, но с одним принципиальным отличием. Масштабные

коэффициенты изменяют "ширину" вейвлетов и, соответственно, "среднюю" частоту их фурье-образов, а, следовательно, каждой частоте соответствует своя длительность временного окна анализа, и наоборот. Так малые значения параметра  $a$ , характеризующие быстрые составляющие в сигналах, соответствуют высоким частотам, а большие значения – низким частотам. За счёт изменения масштаба вейвлеты способны выявлять различия на разных частотах, а за счёт сдвига (параметр  $b$ ) проанализировать свойства сигнала в разных точках на всём исследуемом временном интервале. Многомерное временное окно вейвлет-преобразования адаптировано для оптимального выявления и низкочастотных, и высокочастотных характеристики сигналов.

Для произвольной оконной функции  $z(t) \in L^2(\mathbb{R})$  ее центр и радиус определяются формулами:

$$t_0 = \frac{1}{\|z(t)\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} t |z(t)|^2 dt,$$

$$\Delta_z = \frac{1}{\|z(t)\|} \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (t - t_0)^2 |z(t)|^2 dt}$$

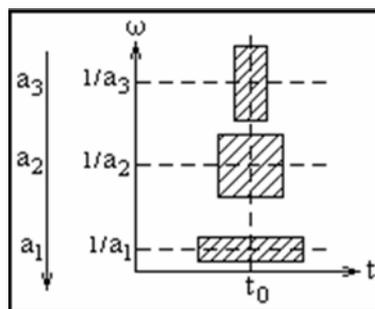


Рис. 1.2.2

Если по этим функциям определить центры и радиусы вейвлетов и их фурье-образов, то временная локализация происходит с центрами окон  $b+at_0$  шириной  $\omega \Delta_t = 2a\Delta_{\psi(t)}$ , а частотная – с центрами  $\omega_0/a$ , и с шириной окна  $\omega \Delta_{\omega} = 2\Delta_{\psi(\omega)}/a$ . При этом значение отношения центральной частоты к ширине

окна не зависит от местоположения центральной частоты. Частотно-временное окно  $\text{win}_t \cdot \text{win}_\omega = 4\Delta_{\psi(t)}\Delta_{\psi(\omega)}$ , сужается при высокой центральной частоте, и расширяется при низкой. Схематическое изображение частотно-временных окон преобразования приведено на рис. 1.2.2. Таким образом, на высоких частотах лучше разрешение по времени, а на низких - по частоте. Для высокочастотной компоненты сигнала мы можем точнее указать ее временную позицию, а для низкочастотной - ее значение частоты.

### **Достоинства и недостатки вейвлетных преобразований.**

- Вейвлетные преобразования обладают всеми достоинствами преобразований Фурье.
- Вейвлетные базисы могут быть хорошо локализованными как по частоте, так и по времени. При выделении в сигналах хорошо локализованных разномасштабных процессов можно рассматривать только те масштабные уровни разложения, которые представляют интерес.
- Вейвлетные базисы, в отличие от преобразования Фурье, имеют много разнообразных базовых функций, свойства которых ориентированы на решение различных задач. Базисные вейвлеты могут реализоваться функциями различной гладкости.
- Недостатком вейвлетных преобразований является их относительная сложность.

**Практическое использование** вейвлет-преобразований связано, в основном, с дискретными вейвлетами как в силу повсеместного использования цифровых методов обработки данных, так и в силу ряда различий дискретного и непрерывного вейвлет-преобразований.

Непрерывные вейвлеты дают несколько более наглядное представление результатов анализа в виде поверхностей вейвлет-коэффициентов по непрерывным переменным. Однако базисы на основе непрерывных вейвлетов, как правило, не являются строго ортонормированными, поскольку элементы базиса бесконечно дифференцируемы и экспоненциально спадают

на бесконечности. У дискретных вейвлетов эти проблемы легко снимаются, что обеспечивает более точную реконструкцию сигналов.

Выбор конкретного вида и типа вейвлетов во многом зависит от анализируемых сигналов и задач анализа, при этом немалую роль играет интуиция и опыт исследователя. Для получения оптимальных алгоритмов преобразования разработаны определенные критерии, но их еще нельзя считать окончательными, т.к. они являются внутренними по отношению к самим алгоритмам преобразования и, как правило, не учитывают внешних критериев, связанных с сигналами и целями их преобразований. Отсюда следует, что при практическом использовании вейвлетов необходимо уделять достаточное внимание проверке их работоспособности и эффективности для поставленных целей по сравнению с известными методами обработки и анализа.

### 1.3. Мультивейвлеты

*Мультивейвлеты (multiwavelets)* – это векторнозначное обобщение вейвлетов. Они предназначены для разложения “многоканальных” сигналов, имеющих не одну, а несколько компонент. Впрочем, к такому виду можно привести и скалярный сигнал (переходом к четным и нечетным компонентам, например).

Мультивейвлеты определяются точно такими же (внешне!) уравнениями рескейлинга, что и обычные вейвлеты.

$$\phi(t) = \sum_k H_k \phi(2t - k), \quad \varphi(t) = \sum_k G_k \varphi(2t - k)$$

Их привлекательность том, что они:

- Как и обычные вейвлеты, порождают МА.
- Сильнее локализованы в пространстве, что может оказаться удобно в ряде задач (например, в матфизике).
- Допускают быстрый алгоритм преобразования (алгоритм Малла с матричными коэффициентами дословно переносится на этот случай)

Однако построить мультивейвлеты оказалось сложнее, чем обычные вейвлеты. Дело в том, что уравнения скейлинга имеют матричные коэффициенты, которые не коммутируют между собой. Поэтому найти подходящий набор коэффициентов, дающий гладкие решения уравнения рескейлинга, довольно сложно. Первый пример ортогональных и непрерывных мультивейвлетов получен Джеронимо, Хардином и Массопустом (Geronimo, Hardin, Massopust – GHM). Скейлинг-функции и вейвлеты в их примере были кусочно-самоподобными, и пример был построен с использованием методов из теории ИФС (итерационных функциональных систем).

Василий Стрела [11] в 1996 году предложил новое дополнение к теории всплесков. До 1996 года были известны только скалярные всплески: всплески, порождаемые одной функцией масштабирования. Однако можно представить себе ситуацию, когда существует более чем одна функция масштабирования.

Это приводит к понятию МВ, которое имеет ряд преимуществ при обработке изображений, чем скалярный всплеск. Такие функции, как краткая поддержка, ортогональность, симметрия и исчезающие моменты, как известно, играют важную роль в обработке сигналов.

В то же время, с одной стороны, скалярные всплески не успевают обрабатывать все эти свойства. С другой стороны, МВ -система может одновременно обеспечить восстановление при сохранении длины, хорошую производительность, а также аппроксимацию высокого порядка. Таким образом, МВ предлагают превосходную производительность приложений для обработки изображения по сравнению со скалярными всплесками.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Первые встречи с цифровыми шумами изображения были в области астрономии и освоении космического пространства. Полученные изображения часто подвергаются шуму той или иной форме, например, астрономическая проблема деградации изображения часто характеризуется шумом Пуассона, который является зависимым сигналом и имеет свои корни в фотонной статистике, а также при решении проблем обработки изображений источников света с низким уровнем .

Другой тип шума можно найти в других приложениях цифровых изображений - это гауссовский шум, который часто возникает из-за дефекта электронных компонентов в системе визуализации и как следствие передачи сигнала по линиям связи.

Шумоподавление играет очень важную роль в области медицинской визуализации изображений. Шумоподавление используется для фильтрации шума Пуассона при обработке изображений на пленке из-за её зернистости в рентгенографии грудной клетки, маммографии, а также цифровых ангиографических изображений и для удаления аддитивного шума в магнитно-резонансной томографии .

Другое применение в этой области, что особенно важно для нашей культуры, является использование цифровой техники для восстановления фильмов в результате старения. Идея шумоподавления фотографии, наверное, наиболее часто ассоциируется с цифровыми методами, используемые для устранения царапин и пыли из старых фильмов.

Пожалуй, наиболее интересной и широкой областью применения цифровых шумов изображения является сжатие изображений и кодирование видео.

Изображения, полученные путём сканирования фотопленок, сжимаются для передачи и хранения данных. Наконец, во многих оборонно-ориентированных приложениях требуется удаление шума.

### **3. ЦЕЛЬ РАБОТЫ**

Основное направление работы - разработать программное обеспечение с применением мультвейвлетов (МВ) как новый перспективный инструмент для удаления гауссовского шума на изображениях в формате BMP по порогу. Цель усилий состоит в устранении гауссовского шума на изображениях в формате BMP по порогу.

### **4. ТРЕБОВАНИЯ К АППАРАТНОМУ И ПРОГРАММНОМУ ОБЕСПЕЧЕНИЮ**

- операционная система Windows NT 4.0, 2000, XP.
- Среда разработки RAD DELPHI v.7.0
- персональный компьютер типа PC конфигурации не ниже 16x540/512,
- отображение изображений на устройствах типа SVGA и выше.

### **5. АНАЛИЗ ЗАДАЧИ**

Решение проблемы состоит из трёх основных частей:

1. разработка алгоритма вейвлет-преобразования.
2. генерация гауссовского шума.
3. моделирование зашумления изображения и алгоритм шумоподавления.

#### **5.1. Разработка алгоритма вейвлет-преобразования**

##### **5.1.1. Вычисления многих преобразования вейвлет(МПВ)**

Вейвлет-преобразование - это инструмент многомасштабного анализа[16]. и применительно к вопросам шумоподавления оно позволяет удалять шум с изображения, не затрагивая значительно границы и

детали. Также оно позволяет эффективно подавлять шумы со спектрами, отличными от белого.

Вейвлет и МВ преобразования непосредственно применимы только к одномерным (1-D) сигналам. Но изображения – двумерные сигналы, и надо суметь их обрабатывать с помощью одномерных преобразований. Существуют две основные группы методов для выполнения этого – сепарабельные и несепарабельные алгоритмы (схемы расщепления). Сепарабельные методы просто работают по каждому направлению. Типичное приближение – обработать каждую строку, затем каждый столбец результата.

Несепарабельные методы работают с двумя размерностями изображения одновременно. Хотя нераздельные методы могут принести выгоду над неразделяемыми методами, такие как экономия в расчетах, они, как правило, гораздо труднее осуществляются. В частности, в то время как всплески быть связаны масштабирования функции  $\psi(t)$  и вейвлет-функции  $\varphi(z)$ , иметь два или более масштабирования и вейвлет-функции. Для удобства записи, что множество скейлинг-функции могут быть написаны с использованием векторной форме  $\psi(t) = [\psi_1(t), \psi_2(t), \dots, \psi_r(z)]^T$  где  $\psi(t)$  называется многих скалярной функции,  $T$  обозначает вектор транспонированной. функция, определенная из множества вейвлет функции

$$\psi(t) = [\psi_1(t), \psi_2(t), \dots, \psi_r(z)]^T,$$

где  $\psi(t)$  называется вейвлет-функции, хотя в принципе  $r$  может быть сколь угодно большим несколько всплесков, в первую очередь для  $r = 2$ .

Несколько всплесков два масштаба уравнения схожи для скалярного всплесков

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_k H_k \psi(2t - k) \tag{5.1}$$



образом, если мы разделим эти четыре коэффициента, то получим четыре поддиапазона в области образа.

Коль скоро мультвейвлет-декомпозиция даёт два низкочастотных и два высокочастотных поддиапазона в области образа в каждом измерении, организация мультвейвлетовых поддиапазонов отличается от случая скалярного вейвлета. В время декомпозиции первого уровня используя скалярное WL преобразование, двумерные данные изображения заменены на четыре блока, соответствующих поддиапазонам как ихко-, так и высокочастотных по обоим измерениям. Эти поддиапазоны проиллюстрированы **Fig. 5-1a**. В комментариях отмечено, как получены данные для поддиапазонов. Например, данные в поддиапазоне LH были получены высокочастотной фильтрацией строк и затем низкочастотной фильтрацией столбцов.

Мультвейвлеты, использованные здесь, имеют два канала, и, следовательно, будут два набора масштабирующих коэффициентов и два набора вейвлетовых коэффициентов. Так как желательны итерации над низкочастотными данными, масштабирующие коэффициенты для двух каналов запоминаются вместе.

Аналогично, вейвлетовые коэффициенты для двух каналов также запоминаются вместе. Вейвлетовая декомпозиция поддиапазонов показана на **Fig. 5-1b**. Для MB L и H индексах отмечают канал, которому данные соответствуют. Например, поддиапазоны, отмеченные L1H2 соответствуют данным из второго высокочастотного канала в горизонтальном направлении и первому каналу низкочастотного фильтра в вертикальном направлении.

<i>LL</i>	<i>LH</i>	<i>L1L1</i>	<i>L1L2</i>	<i>L1H1</i>	<i>L1H2</i>
<i>HL</i>	<i>HH</i>	<i>L2L1</i>	<i>L2L2</i>	<i>L2H1</i>	<i>L2H2</i>
		<i>H1L1</i>	<i>H1L2</i>	<i>H1H1</i>	<i>H1H2</i>
		<i>H2L1</i>	<i>H2L2</i>	<i>H2H1</i>	<i>H2H2</i>

(a)

(b)

Рис. 5.1 Поддиапазоны изображения после одноуровневой декомпозиции для скалярного вейвлета(а) и мультивейвлетов(б).

Обычное прямое одномерное дискретное вейвлет-преобразование (ДВП) – это итерационное применение низкочастотного и высокочастотного фильтров с последующим удалением каждого второго элемента (прореживанием) к низкочастотному сигналу, получаемому на выходе. В результате низкочастотной фильтрации получается приближение исходного сигнала, в результате высокочастотной - детализирующая информация об исходном сигнале, а полученные значения высокочастотного сигнала называются вейвлет-коэффициентами. Обратное ДВП состоит из итерационного применения обратных фильтров к высокочастотным и низкочастотным коэффициентам с восстановленными вторыми элементами (их значения принимаются за 0) и их сложения.

Прямое преобразование называется анализом, а обратное – синтезом. Пара фильтров, участвующих в преобразовании – вейвлетным базисом. Схематично все вышесказанное (для одного уровня разложения) изображено на рисунке (5.2).

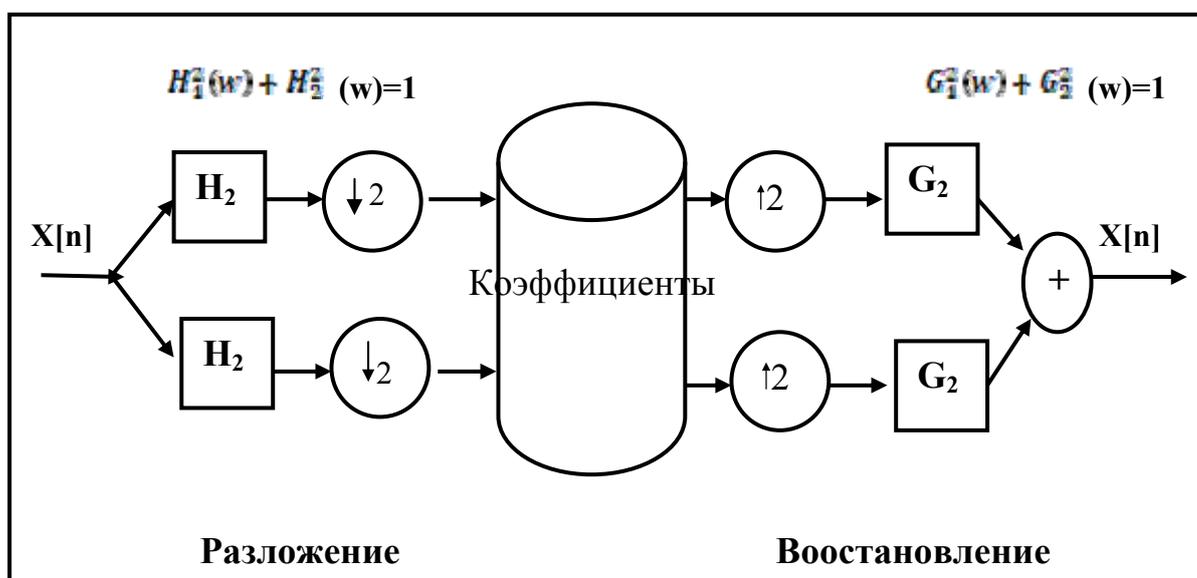


Рис. 5.2 Схема одномерного вейвлет-преобразования

Здесь  $H1$  ( $G1$ ) – высокочастотный фильтр анализа (синтеза), а  $H2$  ( $G2$ ) – низкочастотный фильтр анализа (синтеза).

Двумерное дискретное вейвлет-преобразование получается в результате применения одномерного преобразования последовательно к строкам и столбцам изображения. В результате мы получаем одну низкочастотную полосу и три высокочастотных, причем ВЧ-коэффициенты каждой полосы отвечают за конкретное направление – вертикальное, горизонтальное, либо диагональное (рис. 5.3).

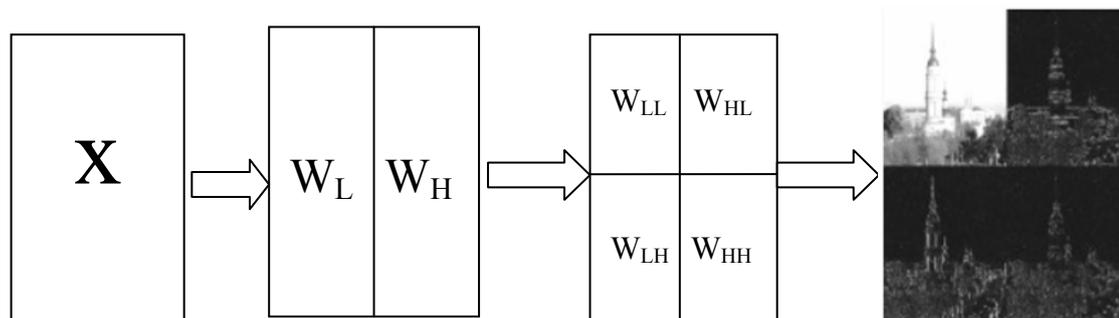


Рис. 5.3. Схема двумерного вейвлет-преобразования

После такого преобразования все мелкие детали изображения наряду с шумом будут содержаться в высокочастотных коэффициентах, поэтому шумоподавление производится путем уменьшения значений вейвлет-коэффициентов небольшой амплитуды [13].

Коэффициенты уменьшаются на величину, зависящую от общего уровня шума и от вероятности того, что данный коэффициент представляет собой шум. Эту вероятность можно оценить разными способами. Главное при этом - как можно меньше затронуть коэффициенты, соответствующие деталям изображения, во избежание размытия деталей.

Метод главных компонент позволяет выделить структуру в многомерном массиве данных и применяется в основном для распознавания или для сжатия изображений [17].

В области шумоподавления этот подход является довольно новым и мало исследованным. Работает он лучше всего для изображений с белым гауссовским шумом.

## 5.2. Генерация гауссовского шума.

### 5.2.1. Модели шумов на изображениях и их основные характеристики

Источники шума могут быть различными :  
• неидеальное оборудование для захвата изображения — видеокамера, сканер и т.п.;

• плохие условия съемки — например, сильные шумы, возникающие при ночной фото/видеосъемке;

- помехи при передаче по аналоговым каналам — наводки от источников электромагнитных полей, собственные шумы активных компонентов (усилителей) линии передачи;

Для дальнейшего рассмотрения важными являются параметры, определяющие пространственные характеристики шума, а также вопрос, коррелирует ли шум с изображением. Под частотными характеристиками понимают свойства спектра шума в смысле преобразования Фурье. Например, шум, спектр которого является постоянной величиной, называется обычно белым шумом.

### 5.2.2. Типы шумов

Шум, появляющийся на изображениях, может быть классифицирован различными способами. Он может быть коррелированным или некоррелированным, зависящим или не зависящим от самого сигнала изображения и т.д. Знания относительно системы получения изображений, визуальный анализ зашумленного изображения помогают в построении

модели шума и оценке его статистических характеристик. Математически заданная модель шума помогает в свою очередь построить оптимальную для данного приложения систему восстановления изображений. Наиболее часто рассматриваются следующие типы шумов на изображениях:

### **1. Аддитивный шум**

Описывается соотношением  $g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y)$ , где  $f(x, y)$  – исходное изображение,  $g(x, y)$  – зашумленное изображение,  $\eta(x, y)$  – аддитивный и не зависящий от сигнала шум с гауссовым (или другим) распределением функции плотности вероятности.

### **2. Мультипликативный шум**

Описывается соотношением  $g(x, y) = f(x, y) \cdot \eta(x, y)$ . Примерами такого шума являются: зернистость фотопленки; изображения, полученные с помощью ультразвука, радиолокационные изображения.

### **3. Импульсный шум**

Описывается соотношением  $g(x, y) = (1 - p)f(x, y) + p \cdot i(x, y)$ , где  $i(x, y)$  – модель импульсного шума,  $p$  – бинарный параметр, принимающий значения 0 и 1.

### **4. Шум квантования**

Является шумом, зависящим от сигнала, и характеризуется выбранным шагом квантования. Такой шум может производить нежелательные артефакты, например, ложные контуры вокруг объектов, или устранять низкоконтрастные детали на изображении.

### **5. Спекл-шум**

Класс шумов, зависящих от самого сигнала изображения. Для объектов с низким разрешением обычно является мультипликативным. Одним из характерных примеров возникновения спекл-шума является получение цифровых изображений с помощью оптического сканера.

### **6. Гауссов шум**

Гауссов шум возникает на изображении в результате возникновения таких факторов, как шум в электрических цепях, шум сенсоров – из-за недостатка освещения и/или высокой температуры. Математическая простота, характерная для работы с моделями гауссова шума (также называемого нормальным шумом) как в пространственной, так и в частотной области, обусловила широкое распространение этих моделей на практике. На самом деле эта простота оказывается столь привлекательной, что зачастую гауссовы модели используются даже в тех случаях, когда их применение оправдано лишь частично.

Функция плотности распределения вероятностей гауссовой случайной величины  $z$  задается следующим выражением:

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (5.7)$$

где  $z$  определяет уровень яркости из всевозможных значений для данного типа изображений (например, для восьмибитового изображения  $0 \leq z \leq 255$ ),  $\mu$  – среднее значение (математическое ожидание) случайной величины  $z$ ,  $\sigma$  – среднеквадратичное отклонение. Величина, равная квадрату среднеквадратичного отклонения, называется дисперсией  $\sigma^2$  и определяет мощность вносимого шума. Таким образом,  $p(z)$  определяет вероятность того, что значение текущего отсчёта шума будет иметь яркость, равную  $z$ . Если случайная величина  $z$  описывается выражением (2.1), то приблизительно 70% её значений сосредоточено в диапазоне  $[(\mu - \sigma), (\mu + \sigma)]$  и около 95% в диапазоне  $[(\mu - 2\sigma), (\mu + 2\sigma)]$ .

### **5.3. Моделирование зашумления изображения и алгоритм шумоподавления.**

#### **5.3.1. Тип порога и правила отбора**

Для осуществления шумопонижения часто используются пороговые ограничители.

Порог является одним из наиболее часто используемых инструментов в обработке сигнала. Он широко используется в шумах, сигналах и сжатии изображения или распознавания [14]. Очевидно, порог не является линейной функцией [15].

### 1. Резкое уменьшение по порогу (hard thresholding).

Если сигнал или значение коэффициента ниже порога, то он приравнивается нулю, то есть:

$$A_k^j = T_h(G_k^j, T) = \begin{cases} G_k^j & |G_k^j| > T \\ 0 & |G_k^j| \leq T \end{cases} \quad (5.8)$$

где  $T$  - пороговое значение. Графическое представление порогового значения показано на рисунке (5.4). График является нелинейным и разрывным при  $x = T$ .

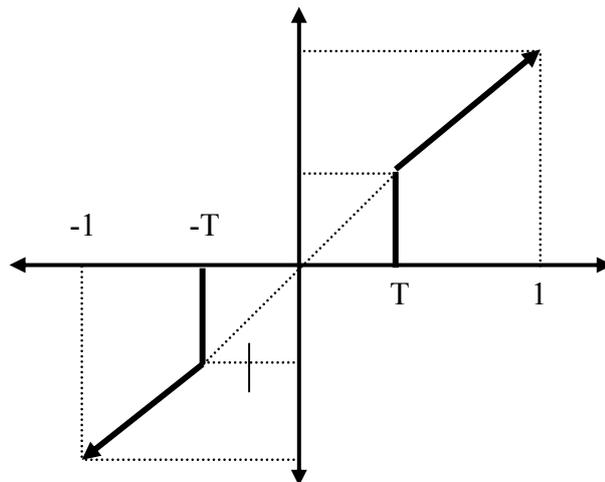


Рис. 5.4 Резкое уменьшение по порогу

### 2. Плавное уменьшение по порогу (soft thresholding)

Плавное уменьшение по порогу представляет собой альтернативную схему Резкое уменьшение по порогу, и могут быть рассмотрены как :

$$A_k^j = T_h(G_k^j, T) = \text{Sign}(G_k^j) \cdot |G_k^j| - T, \quad (5.9)$$

где

$$\text{sign}(G_k^j) = \begin{cases} +1 & \text{if } G_k^j > 0 \\ 0 & \text{if } G_k^j = 0 \\ -1 & \text{if } G_k^j < 0 \end{cases}$$

Плавное уменьшение по порогу может быть описано как процесс стремления к нулю вейвлет-коэффициентов, по абсолютной величине меньшего или равного пороговому значению ( $T$ ). Рис (5.5) показывает этот тип порога.

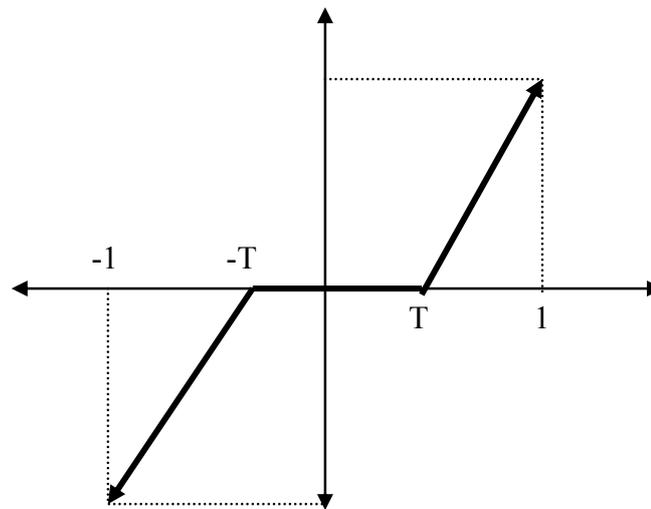


Рис .5.5 Плавное уменьшение по порогу

### 5.3.2. Правила выбора порога

В процессе пороговой обработки, коэффициентами, которые меньше  $T$  пренебрегают. Следовательно, пороговое значение ( $T$ ) регулирует степень подавления шумов, а также потерю сигнала в шуме. Чтобы установить пороговые значения, которые являются небольшими, но весьма вероятными, нужно превысить все коэффициенты над уровнем шума. Существуют два правила для выбора порогового значения:

1. Выбрать порог оценки стандартного отклонения  $\sigma_z$  шума на каждом масштабе, а также принять во внимание, что пороговые значения должны быть разными на каждой шкале уровня. Пороговые значения в этом случае рассчитываются по формуле [8]:

$$T = b\sigma_z \quad (5.10)$$

где  $b$  является параметром, и, как правило, между 2 и 4.

Выбор порога является очень деликатной и важной статистической проблемой. С одной стороны, большой порог ( $T$ ) приводит к большим искажениям сигнала. С другой стороны, уменьшенный порог приводит сильному влиянию шума. Донохо и Джонстон предложили следующие значения порога :

$$T = \sqrt{2 (\sigma^2 \log(N))}, \quad (5.11)$$

где  $N$  это число пикселей в изображении.

### 5.3.3. Оценка качества цифровых изображений

На современном этапе развития цифровой обработки изображений существует обширное множество критериев оценки их качества (рис. 5.6).

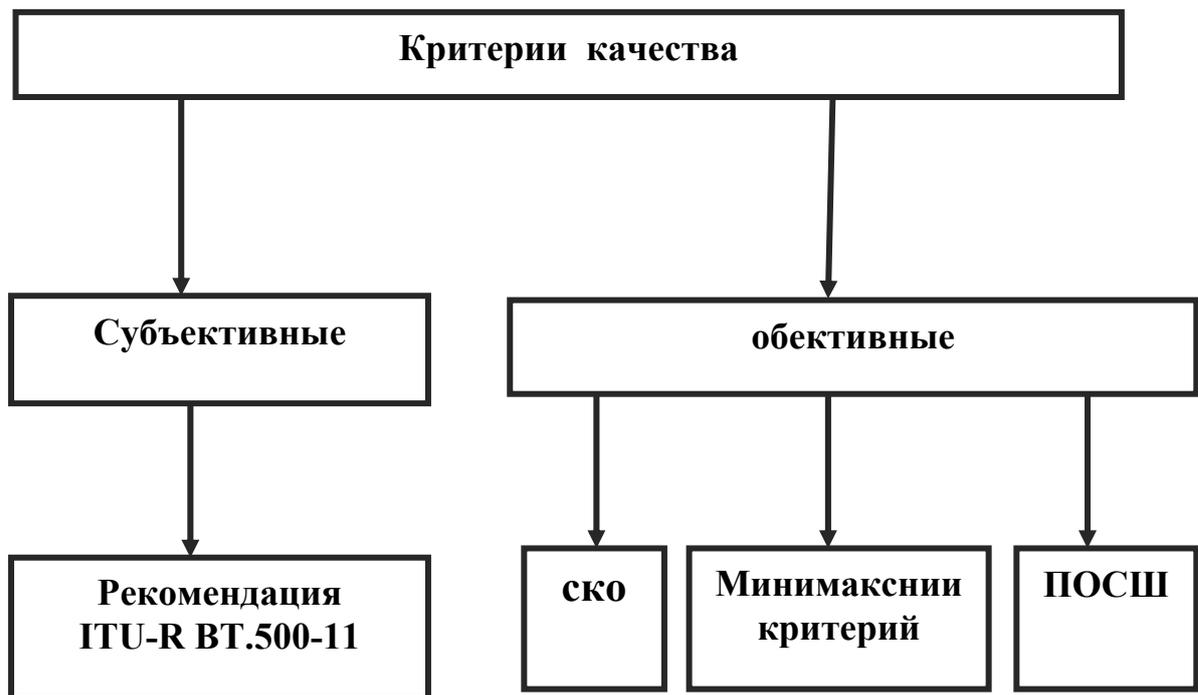


Рис. 5.6 Классификация критериев оценки качества изображений.

Качество столь сложного объекта, как изображение, является очень важным, но вместе с тем нечетким понятием. С одной стороны, качество может рассматриваться как характеристика самого изображения и определяться его собственными свойствами (статистическими, семантическими, структурными).

Соответствующие критерии являются либо субъективными, либо опираются на объективные характеристики изображения: форму и параметры распределения яркости, оценки искажения деталей и т.д. При другом подходе качество рассматривается как мера близости двух изображений: реального и эталона. Такой подход более конструктивен, он позволяет оценивать количественные изменения значений яркости, уровень искажений изображений при преобразованиях (фильтрация, сжатие данных и т.д.). То есть оценивается качество самого средства преобразования – алгоритма или устройства (системы). Это очень важно при построении систем обработки изображений, оценке качества алгоритмов обработки.

### **1. Субъективные критерии качества**

Наиболее распространенным способом оценки качества изображений является субъективная экспертиза. Существуют два основных вида экспертных оценок: абсолютные и сравнительные. В первом случае наблюдатель должен оценить качество изображения по какой-то заранее определенной шкале. При некоторых методиках процесс оценивания облегчается тем, что наблюдателю предложен набор эталонных изображений. Существуют и другие методики, когда наблюдатель вынужден принимать решение только на основании своего ощущения.

При сравнительных оценках наблюдатель должен ранжировать набор конкретных изображений, т.е. расставить их в ряд по убыванию качества. Полученные оценки обрабатываются и усредняются.

Существуют специальные приемы, исключаяющие “привыкание” экспертов в процессе экспериментов. Обычно в роли экспертов выступают специалисты в области обработки цифровых изображений, которые могут дать наиболее обоснованную оценку. Предполагается, что опытные наблюдатели замечают даже небольшие огрешности изображения, которые неспециалист может не заметить.

На результаты субъективных экспертных оценок влияют характер рассматриваемых изображений и окружающая обстановка (условия эксперимента). Если наблюдатель видел подобные изображения, то он склонен более строго оценивать погрешности, поскольку имеет сложившееся представление о структуре 35 изображения. С другой стороны, в незнакомом изображении искажения могут оказаться незамеченными, пока наблюдателю не будет на них указано. Ясно, что условия эксперимента должны в максимальной степени соответствовать наблюдениям в реальной обстановке. Поэтому международный союз электросвязи принял нормативный документ, носящий рекомендательный характер, целью которого является обеспечение одинаковых условий проведения экспертиз в разных лабораториях – ITU-R BT.500-11.

Существует большое количество различных шкал оценки, они описаны в рекомендации ITU-R BT.500-11 [16]. Выбор конкретной шкалы зависит от цели исследования (см. таблицу в Приложении 2).

Одной из наиболее распространенных шкал оценки является шкала погрешностей, согласно которой наблюдатель должен оценить в баллах степень искажений, изменяющихся от «незаметных» до «крайне нежелательных». Эта шкала, составленная Мерцем, Фаулером и Кристофером, применяется, например, в методе DSIS (Double-stimulus impairment scale – метод двойного воздействия со шкалой искажений).

Шкала погрешностей:

1. Незаметные
2. Еле заметные
3. Вполне заметные, но слабо ухудшающие изображение
4. Ухудшающие изображение, но допустимые
5. Несколько нежелательные
6. Определенно нежелательные
7. Крайне нежелательные

Результаты экспертных оценок обычно выражают с помощью

среднего балла, определяемого как:

$$\bar{C} = \frac{\sum_{k=1}^K n_k C_k}{\sum_{k=1}^K n_k}, \quad (5.12)$$

где  $K$  – количество категорий,  $n_k$  – число изображений, отнесенных к  $k$ -й категории, а  $C_k$  – соответствующий ей балл. Считается, что для получения надежной оценки качества изображения необходимо опросить не менее двадцати наблюдателей. Одной из трудностей, связанных с оценками в баллах, является возможная нелинейность шкалы.

Проведение экспертизы – весьма сложная и дорогая задача, при этом её результаты приближительны. Но главный недостаток субъективного критерия – отсутствие количественных оценок. Он не позволяет решать задачи оптимизации изображений в пространстве непрерывно изменяющихся параметров. Здесь возможен только лишь небольшой перебор параметров.

Желательно, чтобы критерий имел простую аналитическую форму и просто вычислялся по предъявляемым изображениям. Этому требованию удовлетворяет ряд «объективных» критериев, рассматриваемых ниже.

## 2. Объективные критерии качества

Сложность и дороговизна субъективных экспертных оценок делают привлекательным автоматическое измерение качества с помощью определенных правил. Многие разработчики систем цифровой обработки изображений часто опираются на объективные (алгоритмические) меры качества. Объективные меры качества должны хорошо согласовываться с результатами субъективных оценок для широкого класса изображений, не подразумевая при этом проведение чересчур сложных вычислений. Также желательно, чтобы эти метрики имели простую аналитическую форму, и их можно было бы применять в качестве критериев оптимальности при выборе параметров системы обработки изображений. На данный момент наиболее популярной объективной мерой служит пиковое отношение сигнал/шум

(ПОСШ), определяемое по следующим формулам (для изображений с 256 градациями яркости):

$$\text{ПОСШ} = 20 \log_{10} \frac{255}{\sqrt{\text{СКО}}} \quad (5.13)$$

$$\text{СКО} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2 \quad (5.14)$$

где  $N$  – число пикселей в изображении,  $x_i$  и  $y_i$  – значения пикселей исходного и восстановленного изображений соответственно, а СКО – среднеквадратичная ошибка. Высокое значение ПОСШ означает определенную схожесть восстановленного и исходного изображений, но оно не дает гарантии того, что зрителю понравится восстановленный образ. Большим минусом использования ПОСШ в системах цифровой обработки изображений, и в частности в цифровых фильтрах, является то, что данная величина не имеет абсолютного значения. Бессмысленно говорить о том, что если ПОСШ равно, например, 25 дБ, то это хорошо. Величина ПОСШ используется только для сравнения различных алгоритмов обработки или для изучения влияния параметров на эффективность того или иного алгоритма. Следует иметь в виду, что критерий СКО/ПОСШ будет характеризовать «среднее» качество изображения в целом, а на различных его фрагментах ошибки, в принципе, могут различаться.

При обработке изображений следует учитывать, что данный критерий иногда плохо согласуется с критерием субъективного восприятия. Широкое применение рассмотренных оценок обусловлено тем, что подсчет этих характеристик математически прост и, следовательно, не требует больших вычислительных затрат.

#### **5.3.4. Совершенствование алгоритма шумоподавления**

Различными авторами были предложены методы борьбы с шумами на цифровых изображениях. Существуют различные методы: уменьшать количество шума на изображениях с помощью дискретного косинус-

преобразования, дискретного вейвлет-преобразования. Последнее применено в данной работе.

Дискретное преобразование является новым и хорошим инструментом для обработки изображений.

Эта работа рассмотрены вопросы генерирования гауссовских шумов на изображении в зависимости от отношения сигнал / шум (СШО), а также вопросы устранения этого типа цифрового шума с изображений с помощью пороговых методов, при этом применены два типа порогов: это резкое уменьшение по порогу (hard thresholding) и плавное уменьшение по порогу (soft thresholding). Здесь приведены результаты по резкому уменьшению по порогу.

#### **5.3.4.1 Предлагаемый алгоритм**

На рисунке (5.7) изображена блок-схема алгоритма.

1. Получить коэффициенты преобразования наблюдаемых зашумлённых изображений ( $G_{kj}$ ).
2. Вычислить пороговое значение ( $T$ ) по уравнению (5.16).
3. Выбрать тип порога. Поскольку здесь исследуется резкое уменьшение по порогу, то порог фильтра преобразования коэффициентов ( $G_{kj}$ ) определяется по соотношению (5.13). Изменения не вносятся, если абсолютная величина коэффициента больше порогового значения ( $T$ ), в противном случае заменить его новым нулевым значением.
4. Выполнить обратное преобразование коэффициентов ( $\hat{A}_{kj}$ ), чтобы получить изображение с ограниченными шумами.

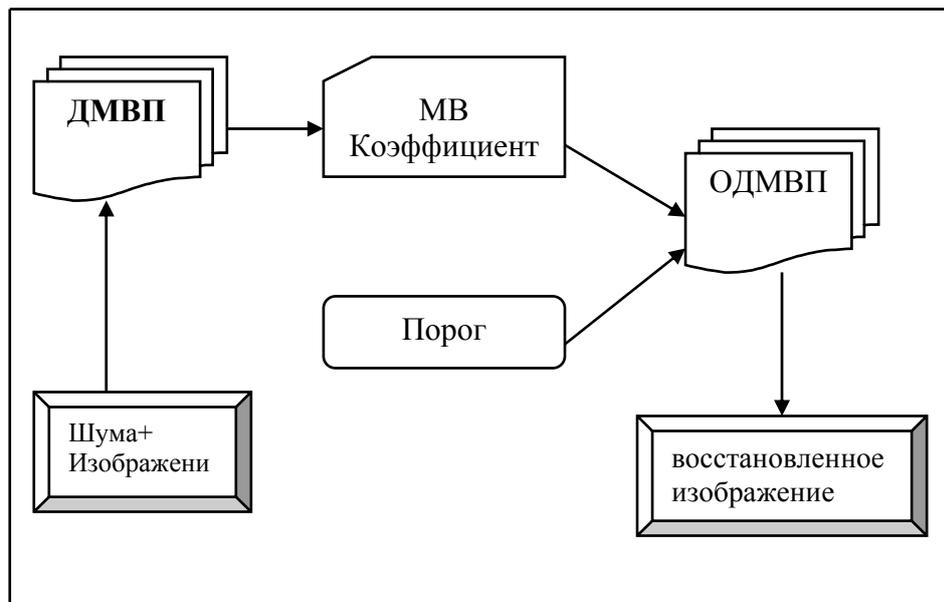


Рис. 5.7 схема предлагаемой жесткое определение порога методом.

## 6. РЕАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ

### 6.1 Структура данных

#### 6.1.1. Типы изображений. Обзор.

**1. Бинарные изображения.** Состоят только из черных и белых пикселей. При их запоминании на каждый элемент достаточно одного бита. Такие изображения не очень распространены, но используются на практике для передачи простых изображений, например при передаче факсов.

**2. Полутоновые изображения.** Характеризуются большим, в отличие от бинарных изображений, количеством градаций яркости.

Один элемент изображения (пиксель) занимает в запоминающем устройстве 8 бит, т.е. может принимать значение от 0 до 255. Это численное значение непосредственно характеризует яркость элемента изображения. Такие изображения распространены также не очень широко, однако основные исследования в области обработки изображений проводятся именно на полутоновых изображениях, поскольку они представляют собой

простые объекты с достаточно большим динамическим диапазоном. Существуют специальные форматы полутоновых изображений, которые требуют большего динамического диапазона. Например, в медицинской технике обычно используются полутоновые изображения, в которых пиксель кодируется 12 или 14 битами, в некоторых случаях динамический диапазон бывает еще больше.

**3. Палитровые изображения.** Такой тип изображений напоминает полутоновые изображения, поскольку для хранения одного пикселя также обычно используется 8 бит. Существенная разница состоит в том, что в отличие от полутоновых изображений этими 8 битами кодируется не яркость пикселя, а его цвет. Пиксель может принимать значения от 0 до 255, и эта величина обозначает индекс в массиве, содержащем цветовую информацию. Такой массив называется **палитрой**. Таким образом, каждому значению пикселя ставится в соответствие тройка чисел из палитры, кодирующая цвет.

Встречаются также изображения, в которых количество цветов в палитре может быть и меньше (16, 32, 64, 128). При этом для запоминания одного элемента изображения требуется 4, 5, 6 или 7 бит соответственно. Возможности обработки палитровых изображений сильно ограничены. Простую обработку, включающую изменение яркости или контраста, как правило, можно производить без трудностей, поскольку для этого требуется изменять лишь цветовую палитру. Для более сложных алгоритмов обработки требуется предварительно перевести изображение в 24-битовый формат естественных цветов (описанный ниже). При многих операциях обработки изображений возникают цвета, которых не было в 14 исходном изображении. Их необходимо согласовывать с имеющейся цветовой палитрой, что, с одной стороны, требует больших затрат времени, а с другой – исключает применение многих операций обработки изображений. Палитровые изображения применялись в системах с ограниченным количеством видеопамяти, в настоящее время их актуальность значительно уменьшилась.

**4. Изображения в естественных цветах.** Каждый элемент запоминается в виде RGB-тройки. Поскольку красная, зелёная и синяя составляющие цвета элемента изображения задаются численным значением от 0 до 255, для запоминания каждого элемента изображения требуется 24 бита. Такое изображение теоретически может содержать до 16,8 миллиона различных цветов. Этим оправдывается название «изображение в естественных цветах». Изображения в естественных цветах обеспечивают самые широкие возможности для дальнейшей обработки и художественного воплощения.

### **6.1.2. Цветовая система RGB**

Человеческий глаз воспринимает окружающий мир с помощью трех типов цветочувствительных элементов, называемых колбочками. Эти элементы чувствительны к излучению трех цветов: красного, синего и зеленого, и все цвета, которые может видеть человек, представляются в виде их сочетания. Система координат, основанная на этих цветах, называется системой RGB. В целях стандартизации Международная комиссия по освещению CIE присвоила следующие фиксированные значения длин волн, соответствующие координатным цветам: Red (Красный) = 700 нм, Green (Зеленый) = 546,1 нм, Blue (Голубой) = 435,8 нм. Математически удобнее всего представить цветовую систему RGB в виде куба (рис. 6.1).

Для куба характерно, что каждая его пространственная точка однозначно определяется координатами  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ . Если по оси  $X$  откладывать красную, по оси  $Y$  синюю, а по оси  $Z$  зелёную составляющие цвета, то каждому цвету можно поставить в соответствие определённую точку внутри RGB-куба. Точки, отвечающие красному, зеленому и синему цветам, расположены в трех вершинах куба, лежащих на координатных осях. Голубой, пурпурный и желтый цвета расположены в трех других вершинах куба. Черный цвет находится в начале координат, а белый – в наиболее удаленной от начала координат вершине.

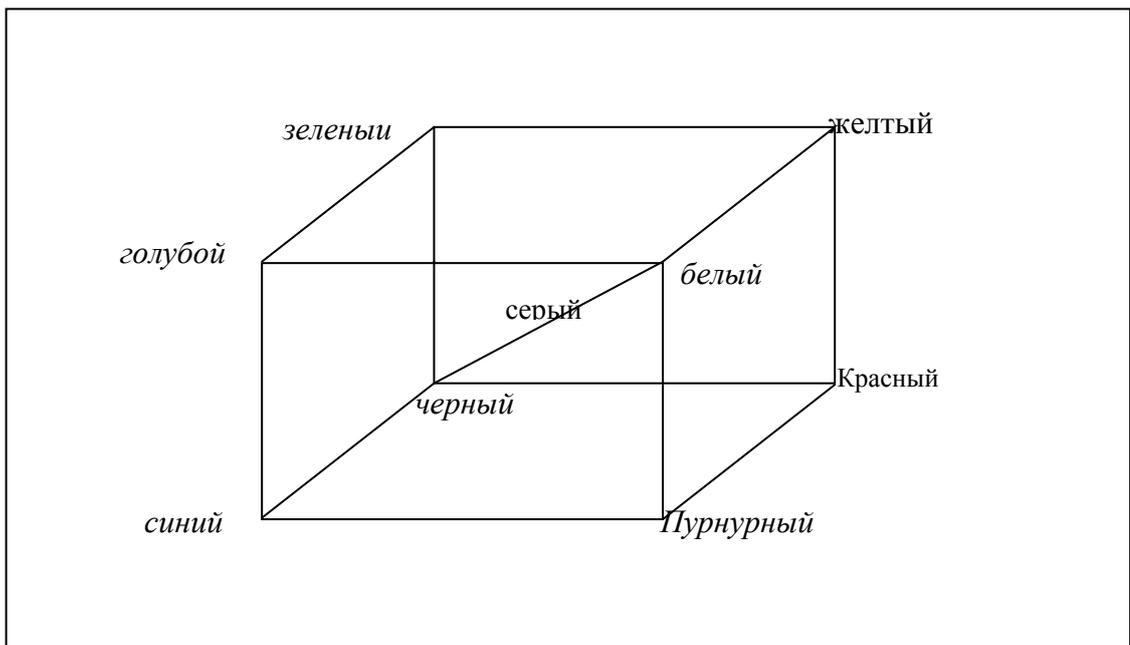


Рис. 6.1 Цветовой RGB-куб

Значения серого, которые соответствуют точкам, где красная, зелёная и синяя составляющие в каждом случае одинаковы, находятся на диагонали между точками с координатами  $(RGB)=(0,0,0)$  и  $(RGB)=(R_{max},G_{max},B_{max})$ . Таким образом, в RGB-системе цвета представляются тремя численными значениями, которые задают красную, зелёную и синюю составляющие. Эти три численных значения часто называют RGB-триадой. В системе RGB цвета определяются как результат смешения красного, зелёного и синего цветов. Поэтому она особенно удобна для устройств, которые сами излучают световые волны. Типичными примерами могут служить цветной монитор и цветной телевизор.

Рассмотрим RGB изображение, в котором каждая из компонент – красная, зеленая и синяя – является 8-битовой. В таком случае говорят, что каждый цветной RGB пиксель (т.е. триплет значений  $(R, G, B)$ ) имеет глубину 24 бита (три цветовые плоскости умножить на число битов на каждую плоскость); для такого изображения часто используется термин **полноцветное изображение**. Суммарное число

всевозможных цветов в 24-битовом RGB изображении составляет  $(2^8)^3 = 16777216$ .

Хотя высококачественные графические адаптеры и мониторы обеспечивают хорошее воспроизведение цветов 24-битовых RGB изображений, многие используемые в настоящее время системы ограничены количеством цветов, равным 256. Кроме того, существует целый ряд приложений, в которых имеет смысл использовать не более сотни, а то и меньшее количество цветов. Также желательно иметь подмножество цветов, которые бы воспроизводились точно во всех используемых графических системах вне зависимости от их особенностей. Такое подмножество цветов называется палитрой фиксированных RGB цветов (safe RGB colors) или набором цветов,

одинаково воспроизводимых всеми системами. Применительно к интернет-приложениям это подмножество цветов называется палитрой фиксированных Web цветов или набором цветов, одинаково воспроизводимых всеми программами просмотра Интернет - сайтов.

Если исходить из предположения, что 256 цветов — это тот минимальный набор цветов, которые точно воспроизводятся любым графическим устройством, то полезно иметь общепринятый стандарт записи этих цветов. Известно, что сорок из этих 256 цветов воспроизводятся различными операционными системами по-разному; при этом остается 216 цветов, которые являются общими для большинства систем. Эти 216 цветов стали de facto стандартом фиксированных цветов, особенно для интернет-приложений. Они используются всегда, когда требуется, чтобы воспроизводимые цвета выглядели одинаково для большинства пользователей.

Обратим внимание, что  $216 = (63)^3$ , а значит, каждый из рассматриваемых 216 вариантов цвета можно формировать по-прежнему из трех RGB компонент, но каждая из которых может принимать лишь 6 возможных значений: 0, 51, 102, 153, 204 или 255.

Цветовая система RGB может показаться очень простой, но при её практическом применении встречаются две серьёзные проблемы. Первая – это зависимость от аппаратуры, а вторая связана с тем, что технически невозможно получать все цвета путём аддитивного цветового синтеза.

### **6.1.3. Формат BMP (Bit Map)**

BMP – стандартный формат файлов для компьютеров под управлением Windows. Этот формат разработан компанией Microsoft для хранения растровых изображений в машинно-независимом формате, что позволяет Windows отображать графическую информацию на дисплее. Термин «машинно-независимый» означает, что цвет пикселя хранится в форме, независимой от метода, которым цвета отображаются на дисплее.

BMP всегда содержит растровые данные. Файл может быть:

- 1 бит: 2 цвета (монохромное изображение);
- 4 бита: 16 цветов; – 8 бит: 256 цветов;
- 16 бит: 65536 цветов;
- 24 бита: 16,7 млн. цветов.

Windows поддерживает RLE формат сжатия для изображений с 4 или 8 битами на пиксель.

## **6.2 Проект программной реализации и взаимодействие модулей**

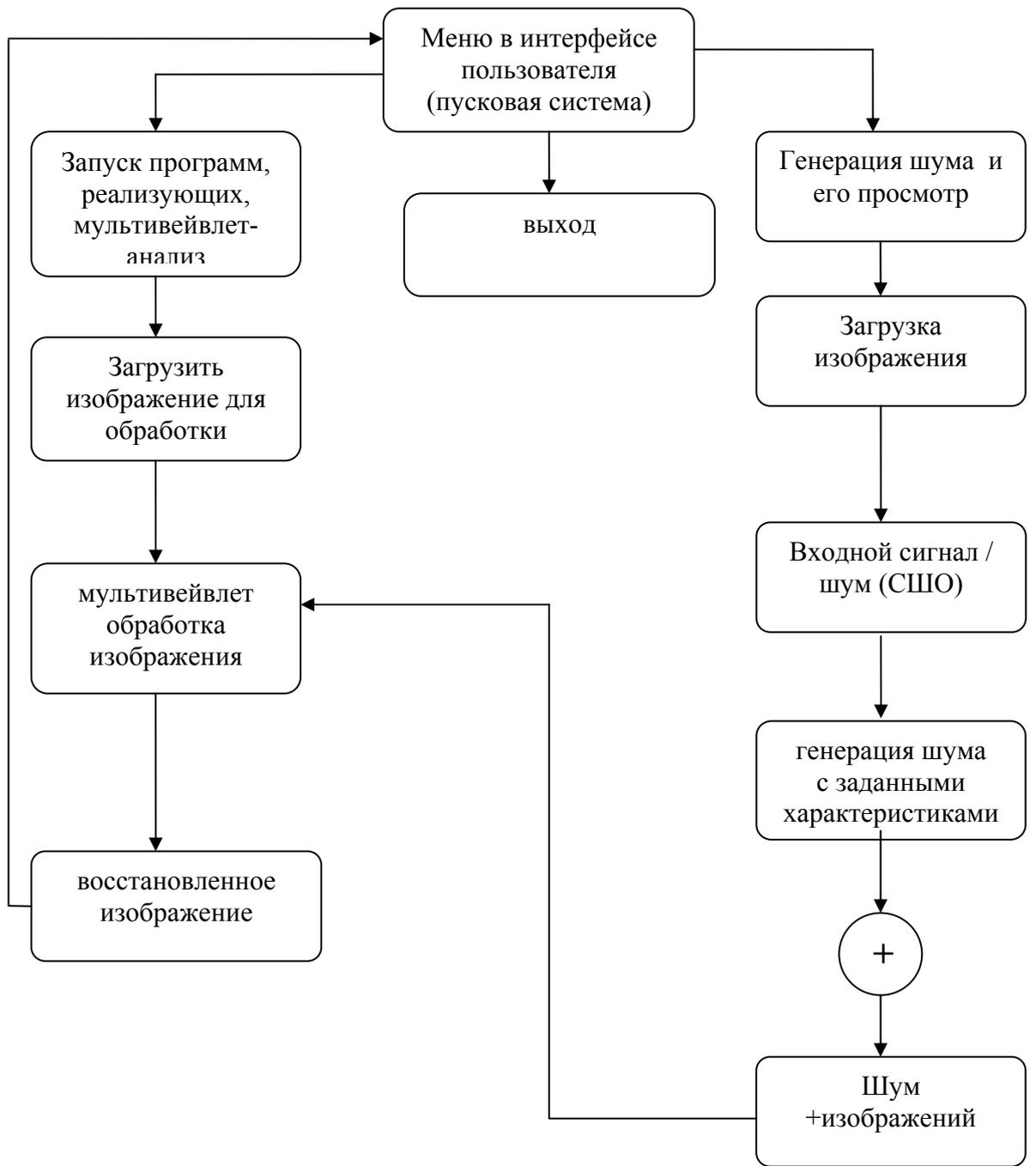


Схема 6.2 Взаимодействие модулей

### 6.3. Описание используемых процедур

Работу данного программного продукта обеспечивают следующие процедуры :

- procedure load\_image(var pc1:ar; var h1,w1:integer):

Загрузка файла изображения в основную память, изображение имеет расширенный формат BMP и размер 128x128 или 256 x 256.

- procedure put\_initial\_filter1(var w2:fw;z0,z1,z2,z3:fh;ii,jj,kk,ll:integer):

Построение матрицы преобразования. Используется матрица преобразования (формула 5.3) размера  $N/2 \times N/2$ . Матрица преобразования должна быть построена с помощью фильтра GNM низких и высоких частот матрицы в форме (5.5) и (5.6) соответственно. После подстановки GNM коэффициентов фильтра значения вида (5.5) и (5.6),  $N \times N$  -матрица преобразования имеет те же размеры, как и исходная после предварительной обработки.

- procedure multiply\_oded\_even(var pc1:ar1;pc:ar):

Предварительная обработка строк должна по разному быть выполнена для нечетных и четных строк входной  $N \times N$  матрицы и, соответственно, для аппроксимации предварительной обработки.

- procedure multy\_array(w11:fw;a:ar1;var p:ar1; h1,w1:integer);

Процедура расчета мультивейвлета по уравнениям (5.1) и (5.2).

- procedure TForm1.Button9Click(Sender: TObject);

Формирование гауссовского шума по уравнению (5.7), которое представляет собой аддитивный шум, и вычисление значения порога (hard thresholding) шумоподавления по уравнению (5.11), а также расчёт характеристик изображения для проверки его качества (посш,ско).

- procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);

Процесс добавления шума по соотношению (5.7) на изображение, которое было предварительно загружено.

- procedure TForm1.Button7Click(Sender: TObject);

Используется для выполнения алгоритма шумоподавления и восстановления изображения.

## **7. ИНТЕРФЕЙС ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ**

Разработанная система начинает свою работу с формы, которая

предлагает пользователю выбрать операцию для выполнения ( рис. 7.1).

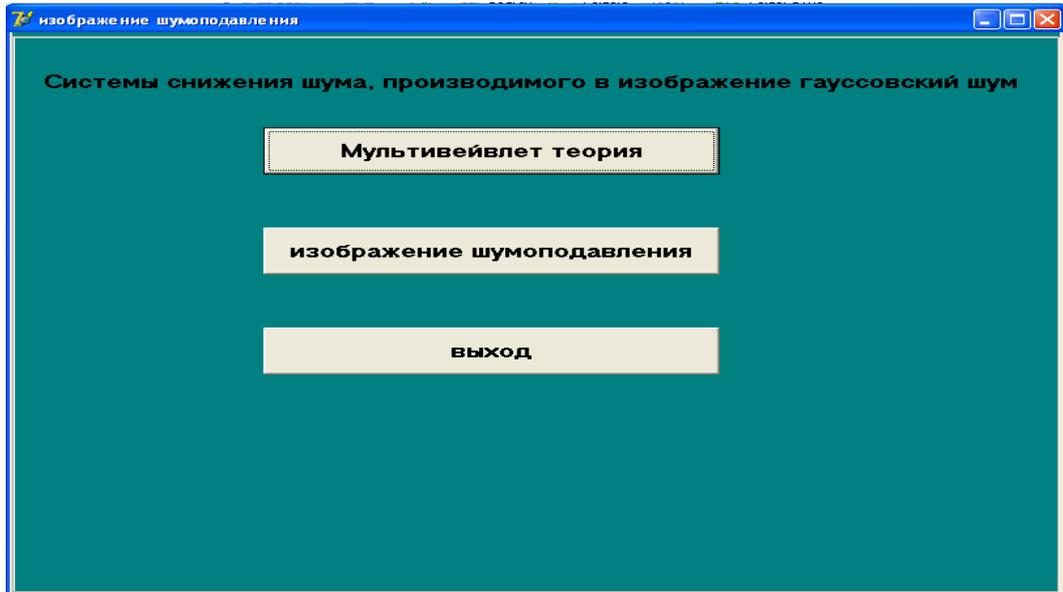


Рис. 7.1. выбор формы

### 1. Мультивейвлет теория

Эта кнопка используется для выбора метода преобразования. Это выбор схемы предварительной обработки , поэтому действие приведет к возможности задания изображения из файла. Далее, (рис. 7.2) объявляются две возможности:

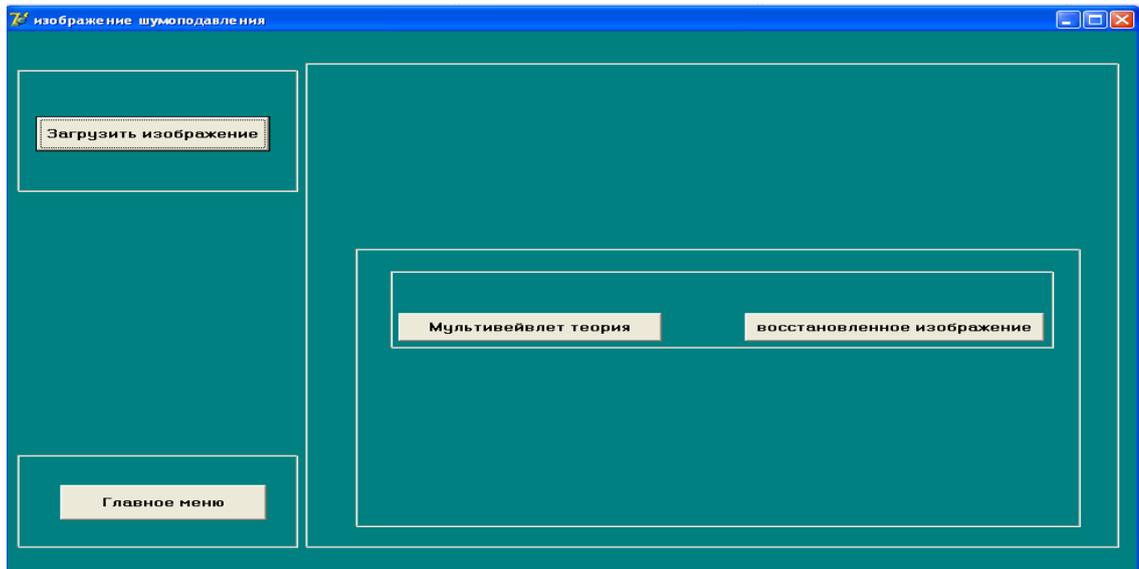


Рис 7.2. выбор дальнейшего действия.

В каждой форме есть кнопка, которая позволяет вернуться в главное меню. Называется эта кнопка (**Главное меню**).

Нажатие на (**Загрузить изображение**) загружает изображения из файла

ВМР. (Рис 7.3) показывают форму следующего выбора в появившемся диалоговом окне.

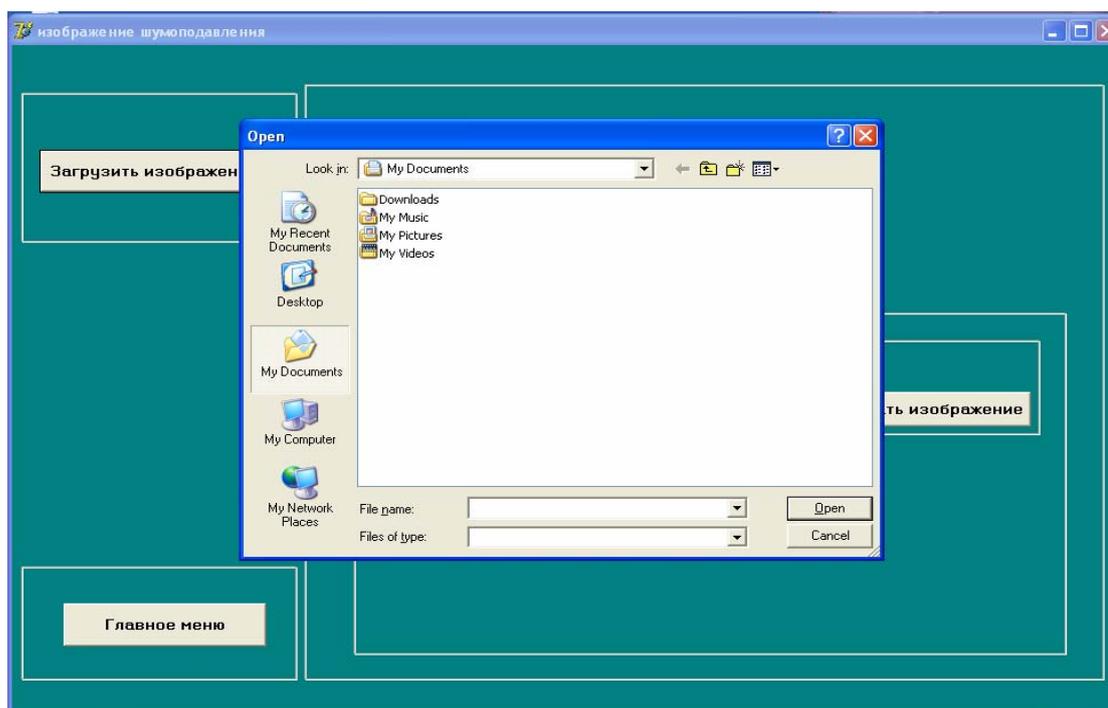


Рис 7.3. выбор файла изображения.

При нажатии на кнопку (**Мультивейвлет теория**) будет выполнена первичная обработка загруженного изображения, которое накануне было перенесено в память нажатием кнопки (**Загрузить изображение**).

Кнопка (**Восстановленное изображение**) будет выполнять обратное ДМВП-преобразование помощью постобработки изображения , Рис. (7.4) показывают форму **Мультивейвлет теория** и **Восстановленное изображение**.

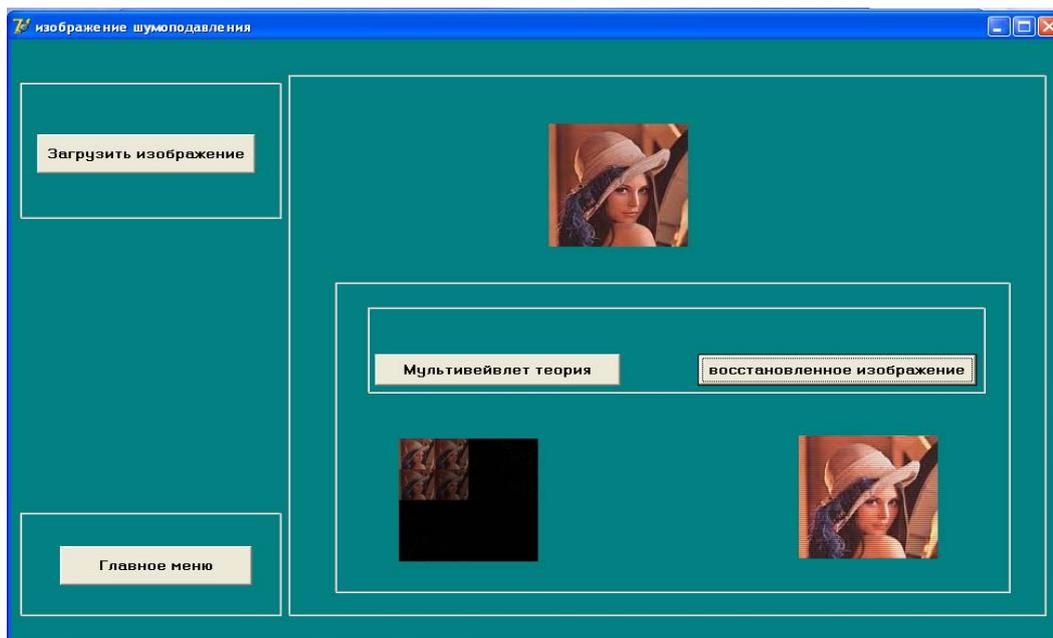


Рис 7.2. выбор дальнейшего действия.

## 2. Генерирование гауссовских шумов на изображении

Эта опция используется для генерации гауссовского шума в зависимости от величины отношения сигнал / шум (СШО). На рис. (7.5) изображена форма этого второго выбора.

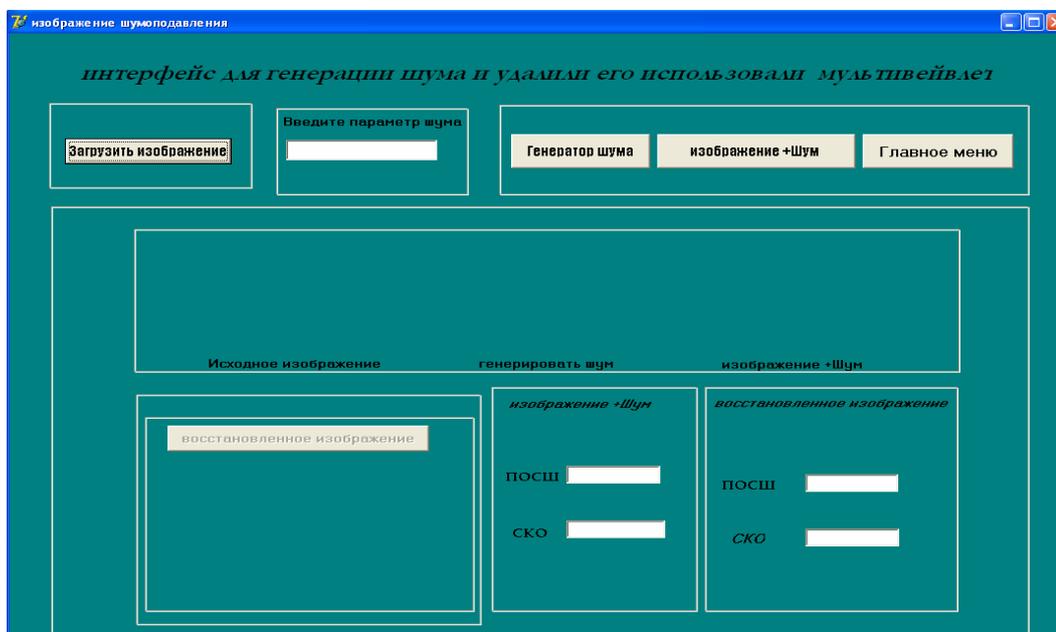


Рис 7.5. Форма выбора характеристик гауссовского шума.

При нажатии на кнопку (**Загрузить изображение**) появится диалоговое окно, которое позволит загрузить изображения из файла (обратите внимание,

что расширение загружаемого изображения должно быть BMP).

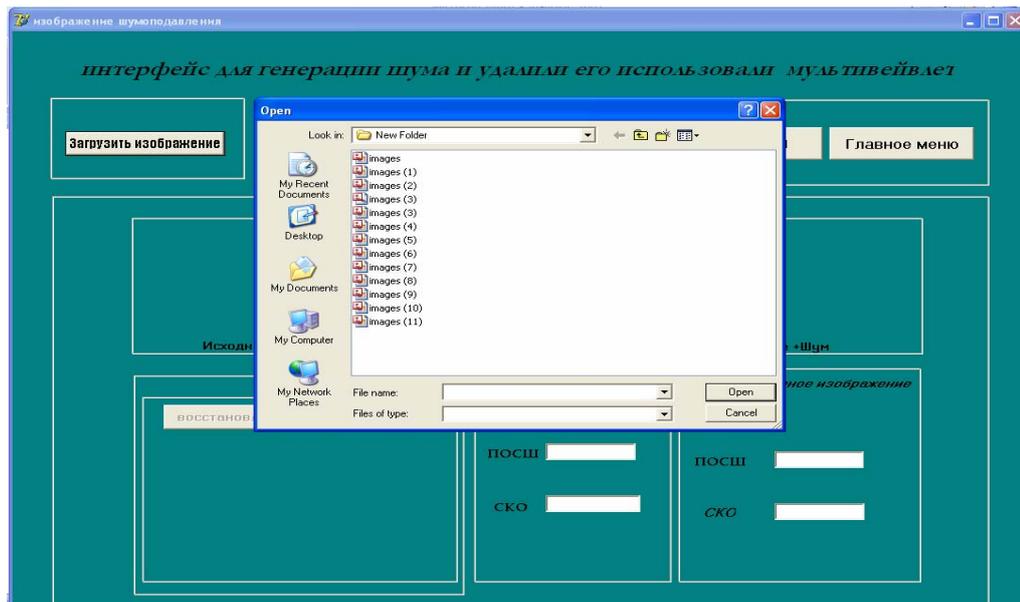


Рис. 7.6. Вторая форма выбора (кнопка **Выберите изображение**).

При нажатии на кнопку (**Генератор шума**) появятся гауссовские шумы с **СШО**, характеристики которых были введены после выполнения предыдущего шага (**Загрузка изображения**).

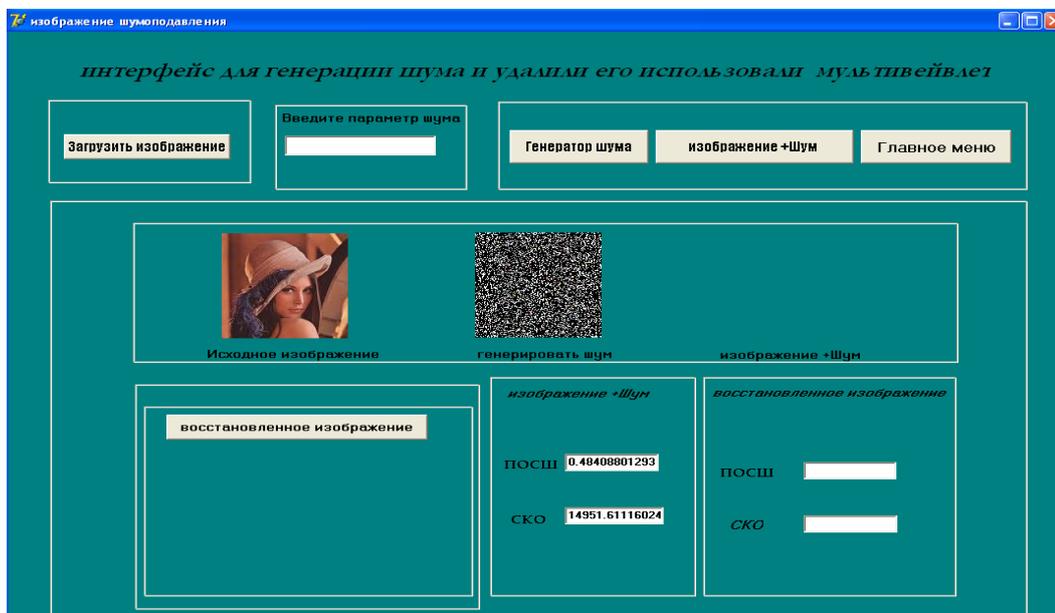


Рис. 7.7. Вторая форма выбора гауссовских шумов (кнопка (**Генератор шума**)).

При нажатии на кнопки (**Изображение + Шум**) отобразятся гауссовские шумы с **СШО** плюс оригинальный образ, который загружается при нажатии

на кнопку (Загрузить изображение) (рис. 7.8).

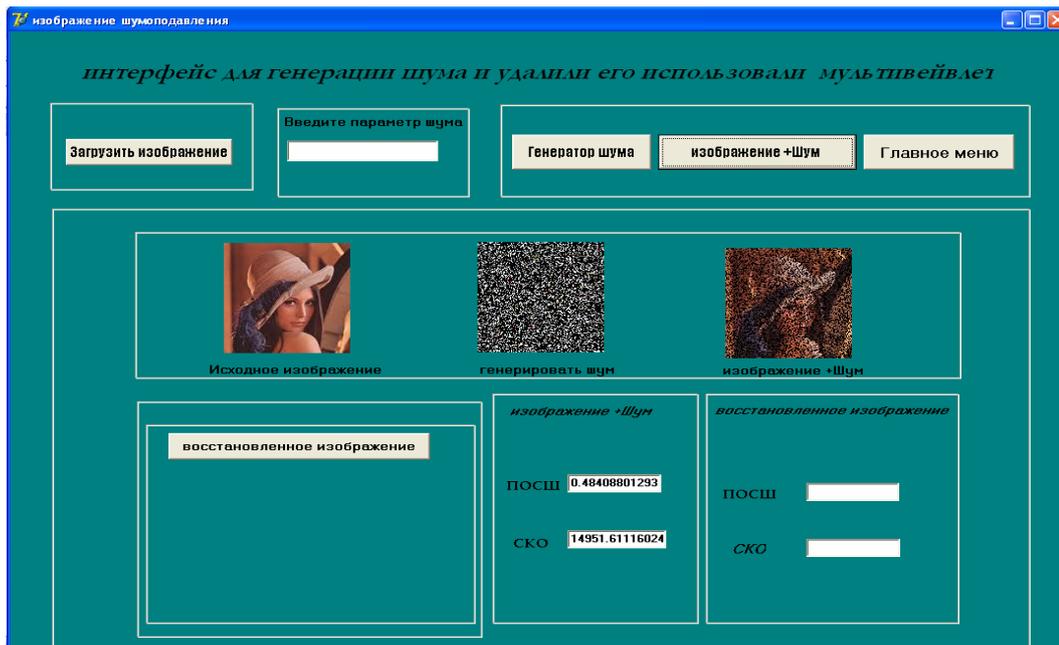


Рис 7.8. Форма выбора (Изображение + шум).

### 3. Шумоподавление с использованием порогового ограничения

Эта опция используется для запуска алгоритма шумоподавления (рис. 7.9). Здесь представлена форма выбора.

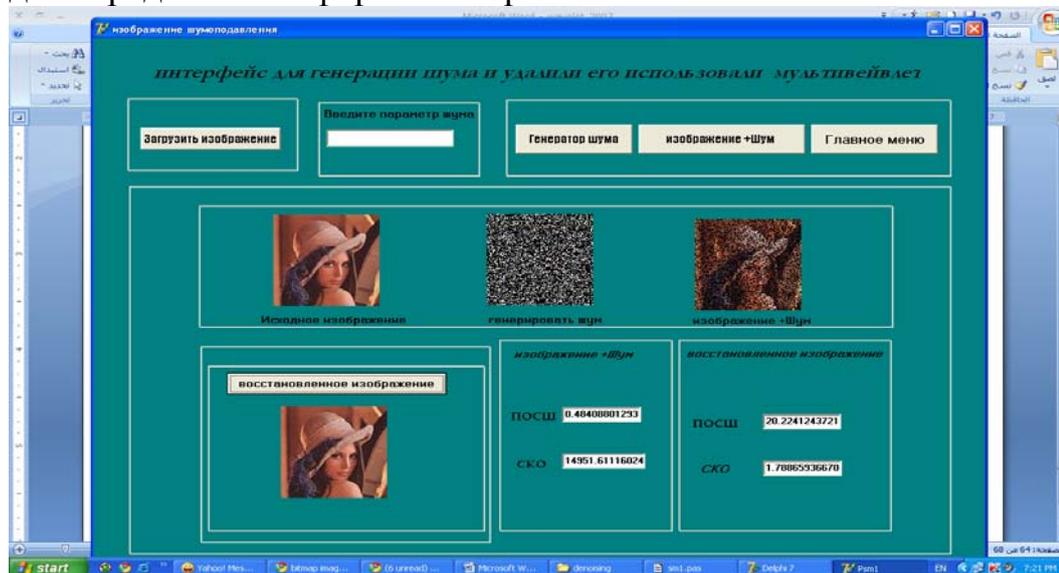


Рис 7.9. Форма для восстановления изображения.

## 8. ТЕСТИРОВАНИЕ

Из нижеприведённой таблицы видно различие в уровне шумов (ПОСШ, СКО) до и после шумоподавления гауссовских шумов с помощью мультивейвлет-преобразования.

Отношение сигнал-шум до ограничения			Отношение сигнал-шум после ограничения	
изображения	<b>ПОСШ</b>	<b>СКО</b>	<b>ПОСШ</b>	<b>СКО</b>
<b>1</b>	0.1209	37563.04	23.13	0.463
<b>2</b>	0.241	32906.02	21.04	0.9426
<b>3</b>	0.593	33065.4	24.09	0.651
<b>4</b>	0.007	12916.3	20.137	1.619
<b>5</b>	0.1636	37280.61	22.008	1.722
<b>6</b>	0.0010	9393.035	20.108	0.9002

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Таким образом, в работе представлен краткий обзор круга задач и теоретических основ применения вейвлетов. Разработана методика применения вейвлетов в одной задаче снижения гауссовского шума на изображении с расширением до мультивейвлетов и сделана программа, с помощью которой можно оценить на практике представленный алгоритм борьбы с шумами на изображении.

Перспективными направлениями можно считать распространение этой техники на изображения других форматов, видеоизображения и другие типы шумов, увеличение размерности, использование других типов вейвлетов в качестве базиса.

## **ЛИТЕРАТУРА**

1. Илюшин. Теория и применение вейвлет-анализа.  
<http://atm563.phus.msu.ru/Ilyushin/index.htm>.
2. Новиков Л.В. Основы вейвлет-анализа сигналов: Учебное пособие. – СПб, ИАиП РАН, 1999, 152 с.
3. Polikar R. Введение в вейвлет-преобразование. Пер. Грибунина В.Г. – СПб, АВТЭКС. - <http://www.autex.spb.ru>.
4. Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: Основы теории и примеры применения. – Успехи физических наук, 1996, т.166, № 11, стр. 1145-1170.
5. Левкович-Маслюк Л, Переберин А. Введение в вейвлет-анализ: Учебный курс. - Москва, Графикон'99, 1999.
6. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2005
7. Graps, A., “*An introduction to wavelet*”, IEEE, Inc., Computational science and Eng., Vol. 2, No. 2, PP 1-9, Summer 1995.
8. Wilsou, R., “*Multiresolution image modeling*”, Electronic and Comm. Journal, PP, 90-96, April 1997.
9. Selesnick, I. W., “*Interpolation multiwavelet bases and the sampling theorem*”, IEEE Transe. On SP, Vol. 47, PP. 1615-1621, 1999.
10. Shen, L. X., Tan, H. H., and Tham, J. Y., “*Some properties of symmetric-antisymmetric orthonormal multiwavelets*”, SP EDICS on multirate processing and wavelets, May 4, 1999.
11. Bronstein, M., and Bornstein, A., “*Signal and image denoising using constrained optimization*”, concluding report for the seminar (advanced topics in computer vision), April-July, 2001.
12. Strela, V., “*Multiwavelets: theory and applications*”, Ph.D. thesis, Dep. of Math., Massachusetts institute of Technology, June 1996.
13. S. Mallat “*A wavelet tour of signal processing*”, Academic Press, London, 1998.
14. Goswami, J. C., and Chan, A. K., “*Fundamentals of wavelet theory, algorithms, and applications*”, John Willy and Sons, 1999.

15. Burrus, C. S., Goperath, R.A., and Gue, H., *“Introduction to wavelet and wavelet transforms”*, A primer Upper Saddle, NJ(U.S.A.), Prantice Hall, Inc., 1998.
16. [http://www.dii.unisi.it/~menegaz/DoctoralSchool2004/papers/ITU-R\\_BT.500-11.pdf](http://www.dii.unisi.it/~menegaz/DoctoralSchool2004/papers/ITU-R_BT.500-11.pdf)
17. Добеши И. - Десять лекций по вейвлетам, 2001.